

对撞物理

第七章、味物理与CP破坏

彭海平

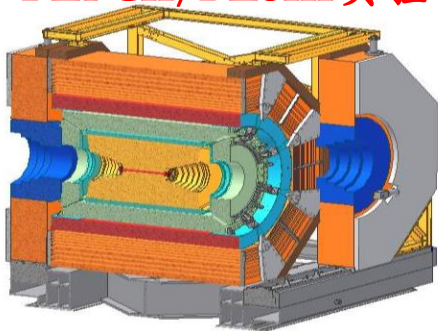
中国科学技术大学

粒子物理研究前沿

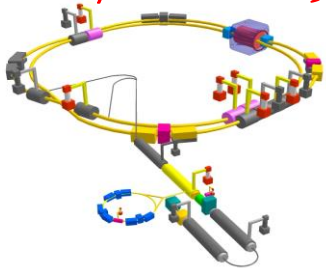
高亮度前沿

- 强子结构与味物理
- 寻找新物理

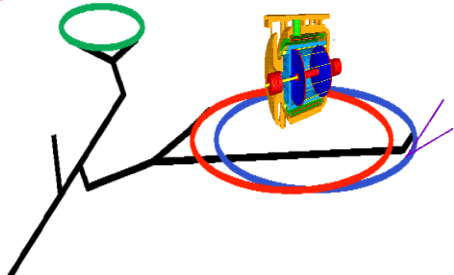
BEPCII/BESIII 实验



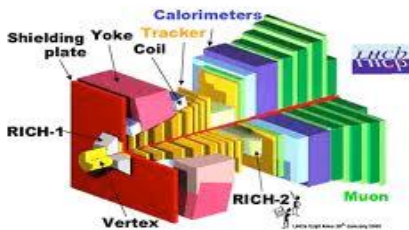
SKEKB/BELLEII 实验



DAFNE/KLEO 实验



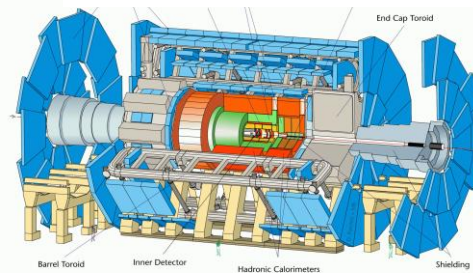
LHC/LHCb 实验



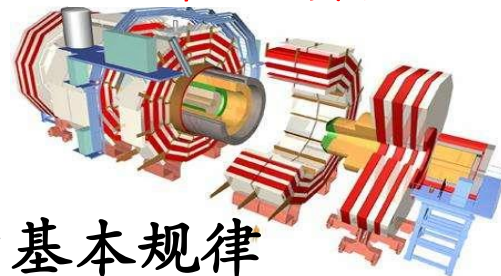
高能量前沿

- 物质质量起源；电弱精确测量；希格斯粒子等
- 寻找新物理

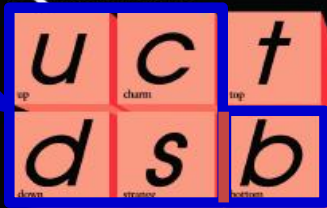
LHC/ATLAS 实验



LHC/CMS 实验



Quarks



Leptons

Forces



两个前沿研究互为补充，相辅相成探索微观世界的基本规律

味物理学



目录

1. 简介
2. K介子系统的混合与CP破坏
3. B介子系统的混合与CP破坏
4. B(s)介子的典型衰变过程
5. CKM矩阵与幺正三角形相角抽取

1. 简介

正反粒子

- 1925年，薛定谔写出了电子波函数的波动方程，由于不知道电子自旋，所以方程是非相对论的。
- 1927年，狄拉克写出了相对论波动方程，完美解释氢原子的光谱，同时推导出电子的自旋为 $1/2$ ，描述电子的自旋只需要两个分量，但是狄拉克的方程却导出了四个，而且还出现了负能解，负能解描述的是负能量电子的运动。
- 其实出现负能量的问题，并不是狄拉克首先遇见的，在爱因斯坦描述物质携带能量的公式中，能量那一项有个平方，这也意味着能量可能具有正负。
- 那正能量最低值就可以是 mc^2 ，负能量最大的值就是 $-mc^2$ ，正能量世界和负能量世界中间有一个宽度为 $2mc^2$ 的间隙
- 由于爱因斯坦的这个方程完全就是描述经典世界的方程。经典世界中的宏观物质它是连续运动的，不可能通过连续运动越过中间这么宽的能隙，所以当时人们就忽略了这个负能量的解。

正反粒子

- 但是量子世界不同，它是间断性的，随着波函数的扩散，粒子喜欢神秘的跃迁，越过能隙也是有可能的，所以狄拉克就算了一下，这原子中的电子是有一定的几率会在 10^{-8} 秒跃迁到负能级的。
- 如果真发生这样的事，那后果非常严重，氢原子的电子就会一瞬间消失掉，跑到负能量的状态上，整个物质世界都会崩溃掉的。
- 所以狄拉克觉得不能回避这个负能级了，因此它就要解释为什么电子没有跑到负能级上？为了解决这个困难，狄拉克就想到泡利的不相容原理。
- 这个原理说的是，两个全同的费米子，不能待在同一空间。由于电子的是费米子，因为它的自旋是 $1/2$ ，所以在原子的空间中不存在两个量子态相同的电子。
- 这就可以解释为什么电子没有跃迁到负能级了，因为负能级的轨道都已经被具有负能量的电子填满了，所以正能量的电子跃迁不下去了。
- 这样的解释就意味着，如果我们给这个负能量电子提供以能量，它们就会被激发到正能态，这是由于一个电子跑了，那在真空中就会出现一个空穴，这个空穴就相当于一个正能粒子，但是它的电荷和电子相反，质量和自旋以及所有的性质都和电子一样，它就是正电子。

反粒子的发现

- 1931年, Paul Dirac预言反粒子的存在

1933 诺贝尔物理学奖

相对论中的电子能量 $E=\pm(p^2c^2+m^2c^4)^{1/2}$

正能态: 电子

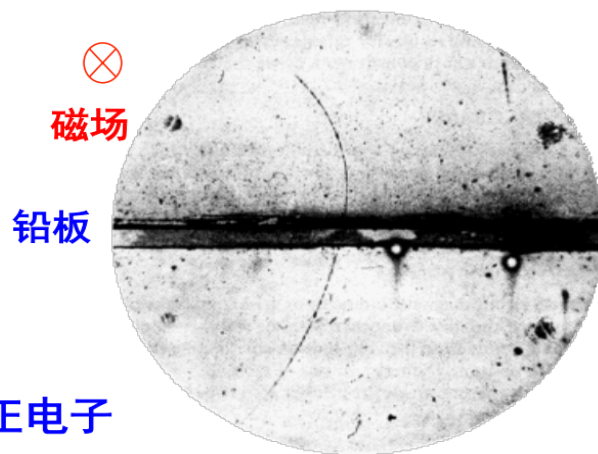
没有被占据的负能态: 正电子

- 1932年, Karl Anderson发现正电子

1936 诺贝尔物理学奖

实验方法: 用威尔逊云室观察宇宙线

铅板减速→粒子方向	}	电荷为正
偏转方向		
曲率半径→粒子动量	}	不是质子
径迹长度		



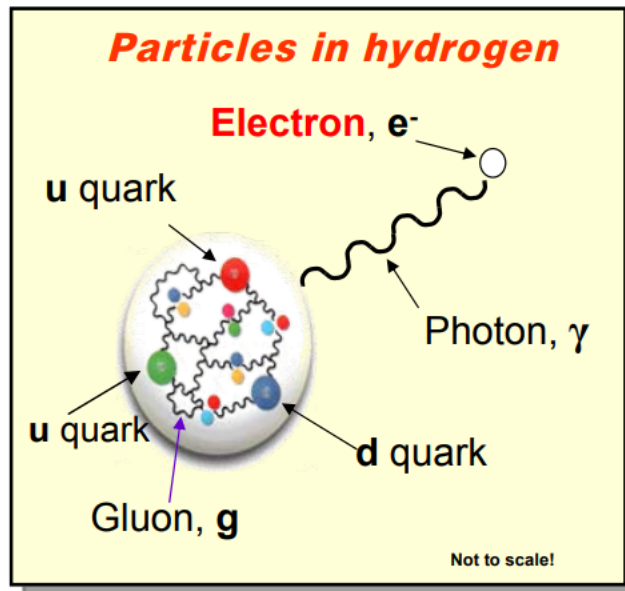
与电子质量相同、电荷相反的新粒子, 即正电子

1930年, 赵忠尧当时正在用高能 γ 射线轰击物质, 观察物质对 γ 射线的吸收规律, 他就发现了一个反常的现象, 物质经过伽马射线撞击以后, 会朝着不同的方向辐射出一个能量为0.5Mev的 γ 光子, 不仅反向是随机的, 辐射出来的 γ 光子的能量也是确定的。给真空赋予能量, 会从真空中激发出一个电子, 产生一个空穴 (正电子), 随后电子又落回到空穴, 也就是电子和正电子湮灭就变成了两个光子, 之所以是变成两个光子

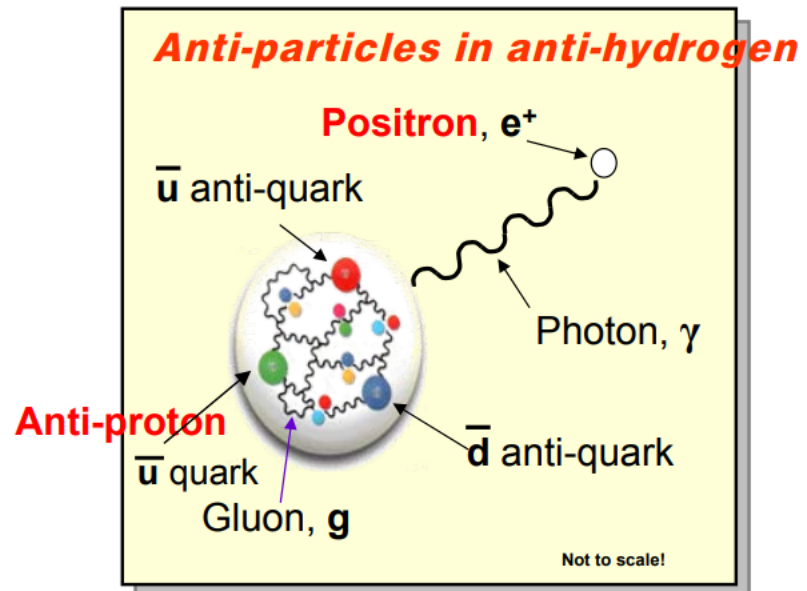
物质与反物质

- 通常所说的“物质”：由质子、中子和电子组成，质子和中子由夸克组成
- “反物质”：由反质子、反中子和正电子组成，反质子和反中子由反夸克组成

氢原子：最简单的物质

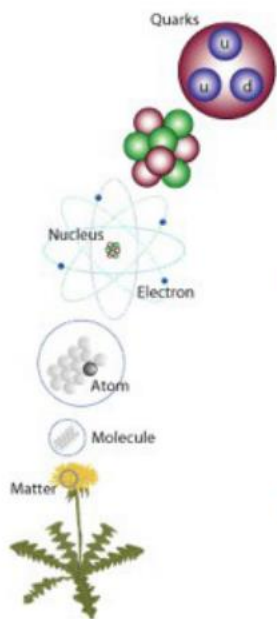


反氢原子：最简单的反物质

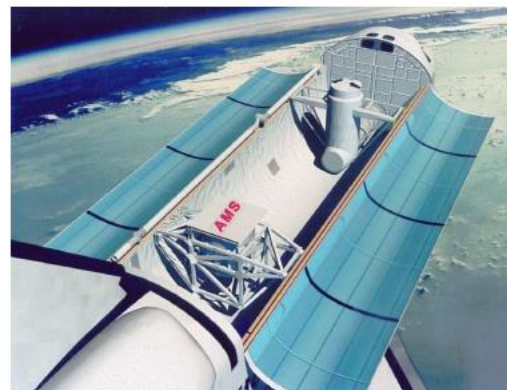


物质与反物质

宇宙由物质组成，反物质极其稀少

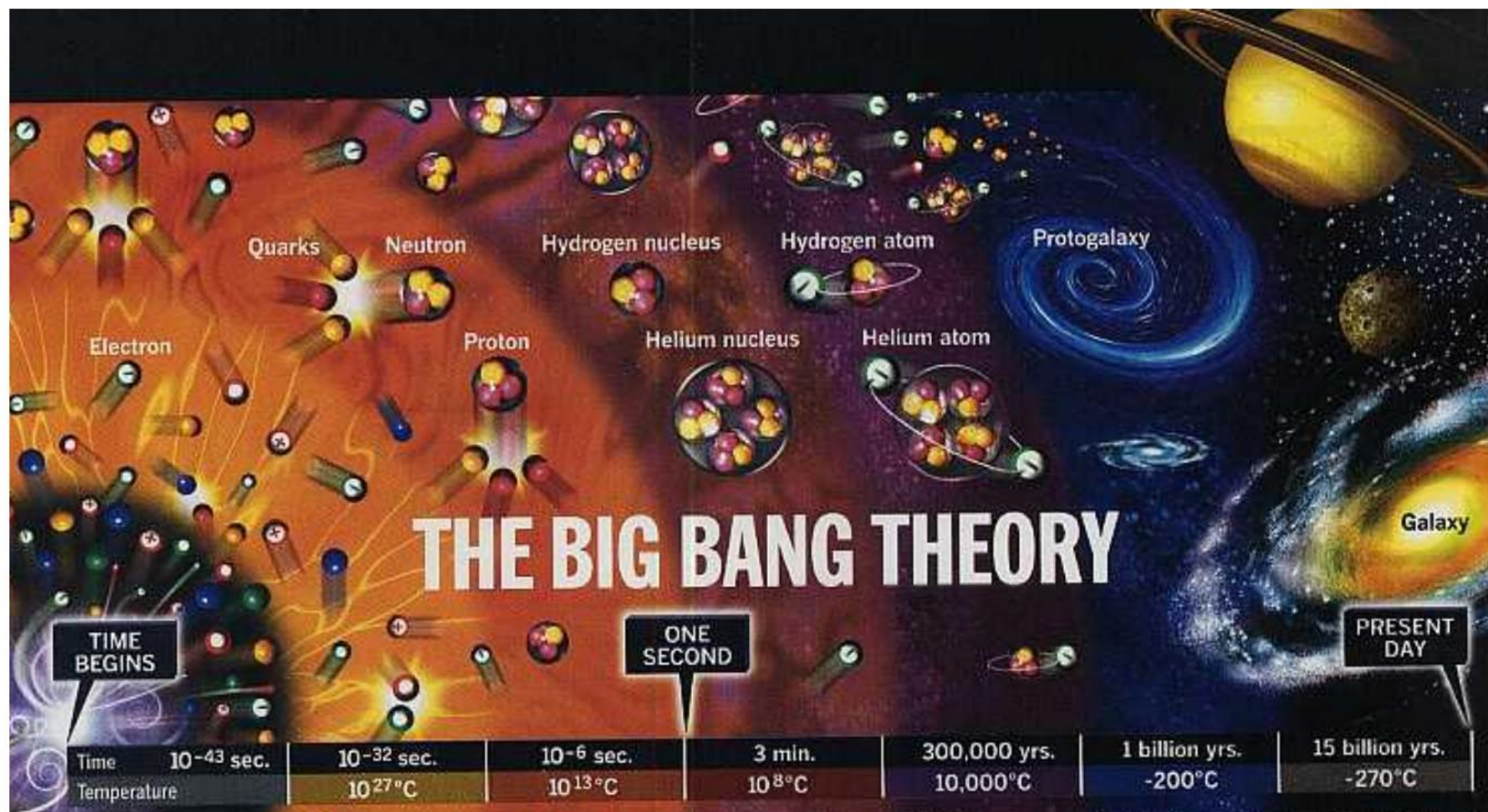


- 地球和太阳系由物质组成
- 初级宇宙线中没有观测到反原子核
- 没有观测到物质反物质湮灭产生大量伽马射线的现象



观测到的宇宙中为什么没有反物质？

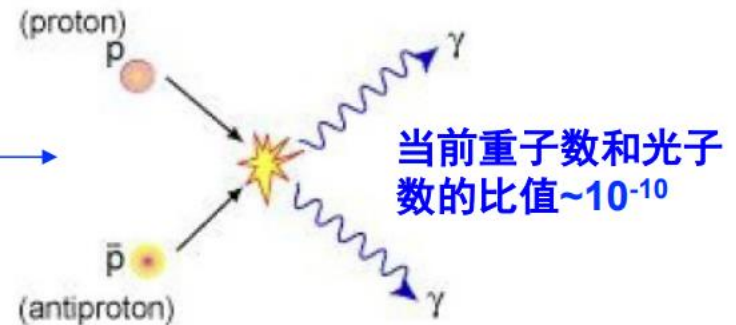
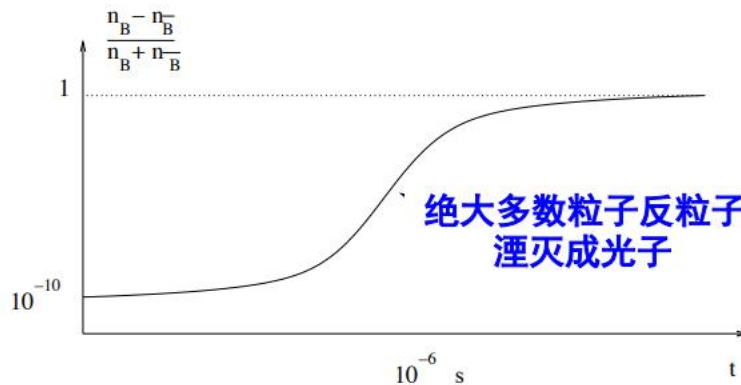
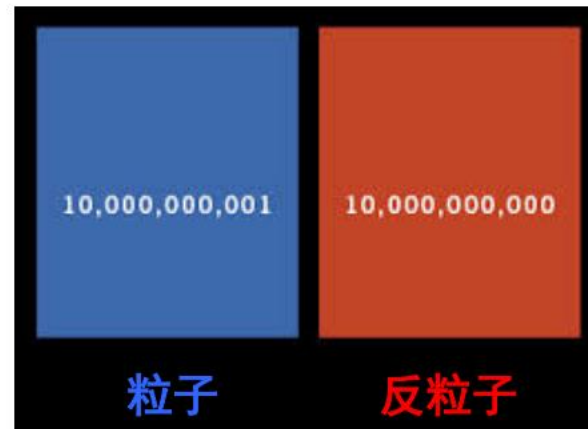
物质与反物质



10^{-6} 秒前，宇宙处于夸克胶子等离子体（QGP）状态

重子与反重子不对称性的演变

- QGP时代结束前：
几乎等量夸克和反夸克
- $\sim 10^{-6}$ 秒：
夸克胶子等离子体冷却



- 极少数的正粒子幸存，组成重子，形成今天所见的正物质世界

这个 10^{-10} 的差别最初是如何形成的？

Sakharov 条件



1967 年萨哈诺夫 (Andrey Dmitriyevich Sakharov, 1921~1989) 指出产生这种不对称性的三种可能

- 重子数不守恒

宇宙中可能存在导致重子数破坏的相互作用机制, $H(\Delta B \neq 0) \neq 0$

宇宙是从“什么也没有”开始!

- 物质和反物质性质的差异 (**C破坏和CP破坏**)

$$\Gamma(X \rightarrow Y + B) \neq \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{Y} + \bar{B})$$

否则产生的重子数不对称性会被**C或者CP变换过程抵消** = $\Gamma(\bar{i} \rightarrow \bar{f})$, 不会产生物质和反物质的不对称性。

可能存在导致 CP 破坏的相互作用。因为如果 CP 破缺, 由 $H(\Delta B \neq 0)$ 导致的每一个物理过程 $i \rightarrow f$ 和它的 CP 共轭过程一定具有相同的概率, $\Gamma(i \rightarrow f) = \Gamma(\bar{i} \rightarrow \bar{f})$, 不会产生物质和反物质的不对称性。

- 早期宇宙的热不平衡状态

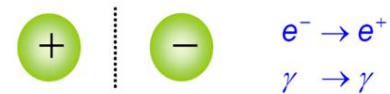
$$\Gamma(X \rightarrow Y + B) > \Gamma(Y + B \rightarrow X)$$

否则产生的重子数不对称性会被**逆过程抵消**

因为在局域性、因果律和洛伦兹不变性的假设下 CPT 是守恒的, 而在热平衡态下和时间不相关, CPT 守恒变成 CP 守恒, 由上述讨论可知这时不会产生物质和反物质的不对称性。

CP破坏

C(电荷共轭)变换: 粒子 \leftrightarrow 反粒子



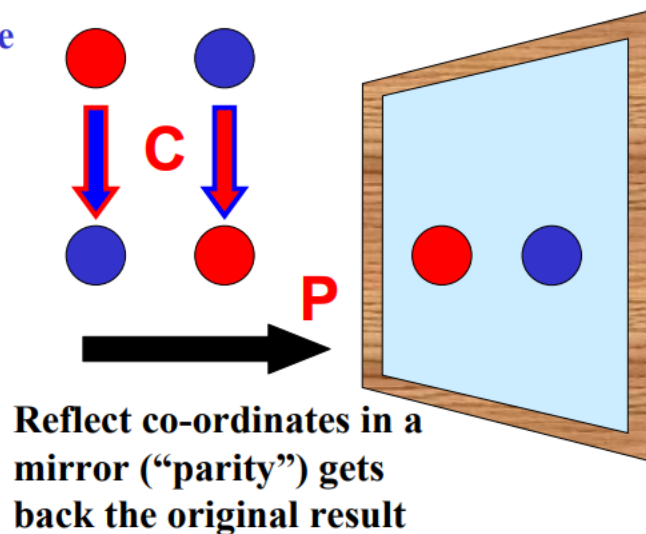
P(宇称)变换: 左 \leftrightarrow 右 (镜像变换)

CP对称性: CP联合变换下物理规律的不变性



Start with **particle**
and **antiparticle**

Change **particle**
into **antiparticle**



CP联合对称性的破缺简称“CP破坏”

宇称不守恒的发现

- 1956年，李和杨为解决 θ - τ 之谜提出宇称不守恒

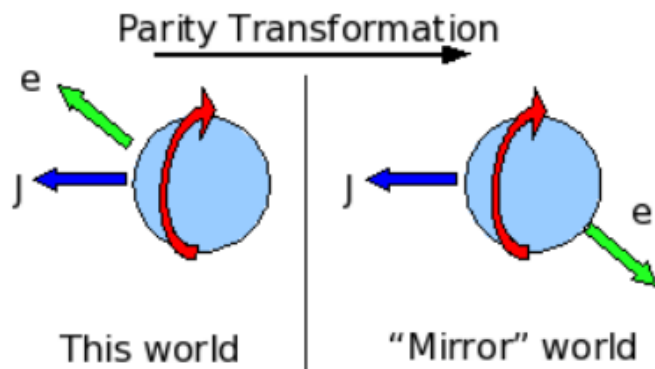
$$\theta \rightarrow \pi^+\pi^0$$

$$\tau \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+$$

末态宇称相反，但 θ 和 τ 质量、电荷一样

1957 诺贝尔物理学奖

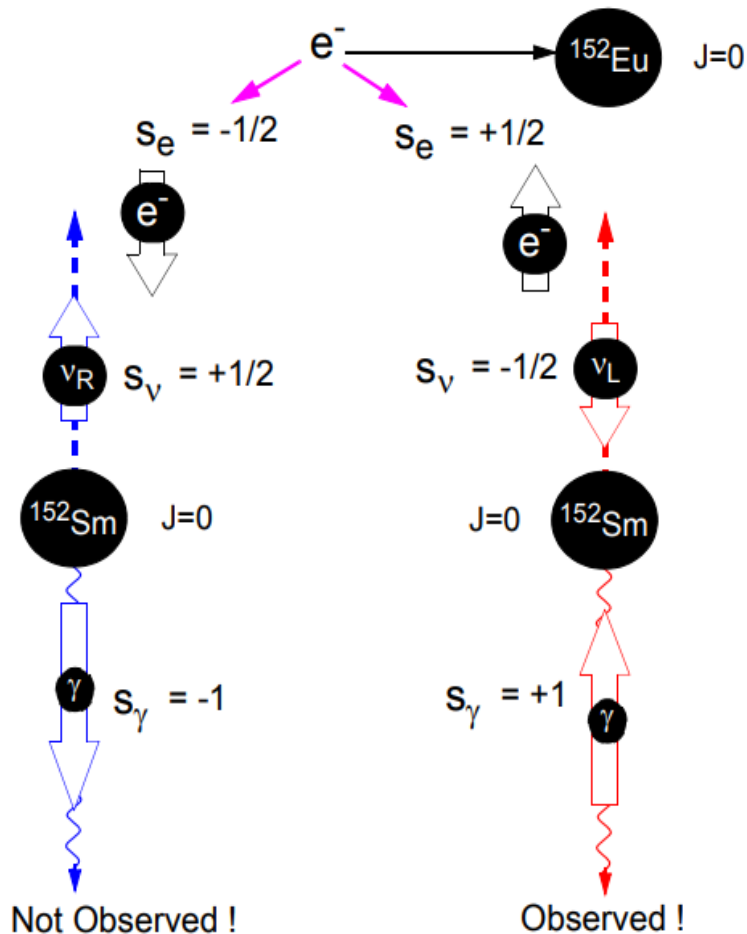
- 吴健雄在实验中证实



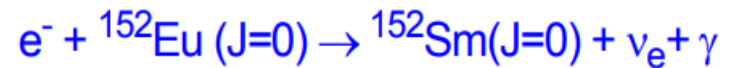
宇称变换：
自旋不变
动量相反
螺旋度相反

用强磁场在低温下把钴-60核极化，观察 β 衰变放出的电子的方向，在和钴-60原子核自旋相反的方向放出的电子更多，证实了弱作用中宇称不守恒！ θ 和 τ 系同一个粒子 K^+

中微子螺旋度的确定

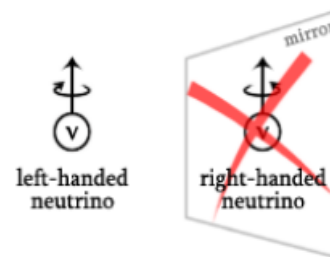


- 1958年, Goldhaber et al. 研究了铕元素对电子的俘获

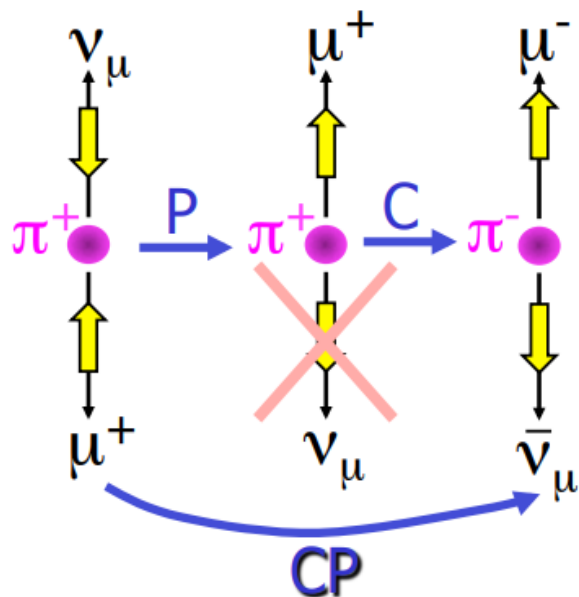


- 光子和中微子的自旋之和等于电子的自旋
- 从光子的螺旋度可以确定中微子的螺旋度

只观测到了左旋中微子

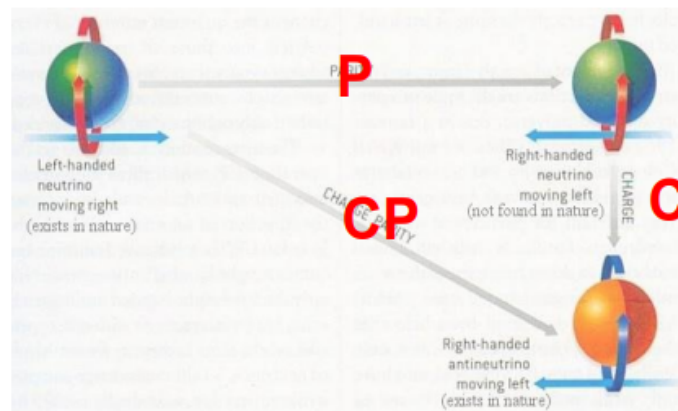


中微子系统的C/P破坏和CP守恒



左手中微子

右手中微子
在自然界没发现



右手反中微子

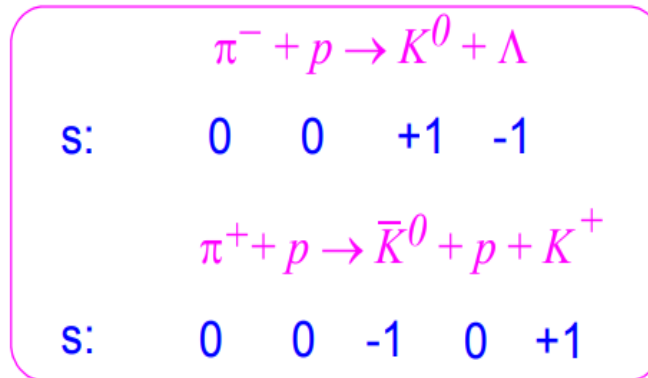
对中微子，C和P对称性分别被最大程度地破坏，但CP守恒

CP不变性在弱作用中有没有普适性？

让我们看K⁰介子系统

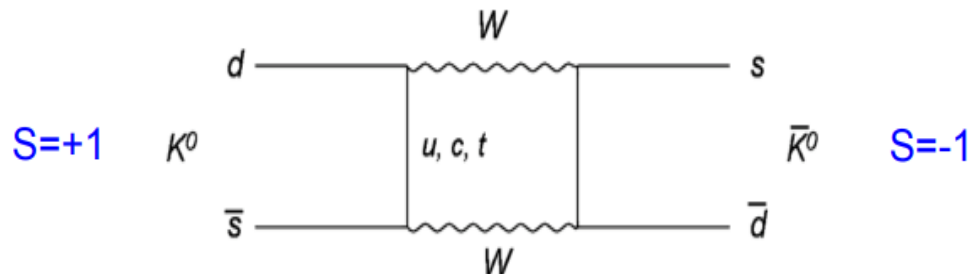
K⁰介子系统

- πp 对撞通过强作用过程产生味本征态 $K^0=d\bar{s}$ 和 $\bar{K}^0=s\bar{d}$



味道的本征态，反粒子具有相反的味道量子数

- 通过弱作用过程， K^0 和 \bar{K}^0 互相转换



两个粒子可以通过共同的虚的衰变模式互相转化
粒子的衰变不在满足指数分布，**非质量本征态**
这些介子态与其反介子态组成完美的量子二重态

K⁰介子系统

- 实验观察到的是两类中性介子：**K⁰_L**和**K⁰_S**

K⁰_L: L for Long, 寿命 500×10^{-10} 秒

K⁰_S: S for Short, 寿命 0.9×10^{-10} 秒

- CP本征态

$$\text{CP} = +1 \quad K_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0) \quad \text{CP} = -1 \quad K_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \bar{K}^0)$$

- 如果CP守恒

K⁰_S: 对应 **K⁰₁**, 只能衰变到CP=+1末态, 比如 $\pi^+\pi^-$

K⁰_L: 对应 **K⁰₂**, 只能衰变到CP=-1末态, 比如 $\pi^+\pi^-\pi^0$

是否存在CP不守恒过程**K⁰_L → π⁺π⁻** ?

2π的中性系统

$$CP(\pi^0\pi^0) = [CP(\pi^0)]^2 = (-1)^2 = 1$$

$$CP(\pi^+\pi^-) = C(\pi^+\pi^-)P(\pi^+\pi^-) = (-1)^l (-1)^l = 1$$

3π的中性系统

$$CP(\pi^0\pi^0\pi^0) = [CP(\pi^0)]^3 = (-1)^3 = -1$$

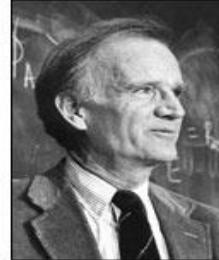
取 l 为 $\pi^+\pi^-$ 在它们质心系中的角动量, 取 L 为在3π质心系中 π^0 相对于 $\pi^+\pi^-$ 系统的角动量, 3π系统的总角动量为0

$$CP(\pi^+\pi^-\pi^0) = (-1)^{l+1}$$

K⁰介子系统



James Cronin

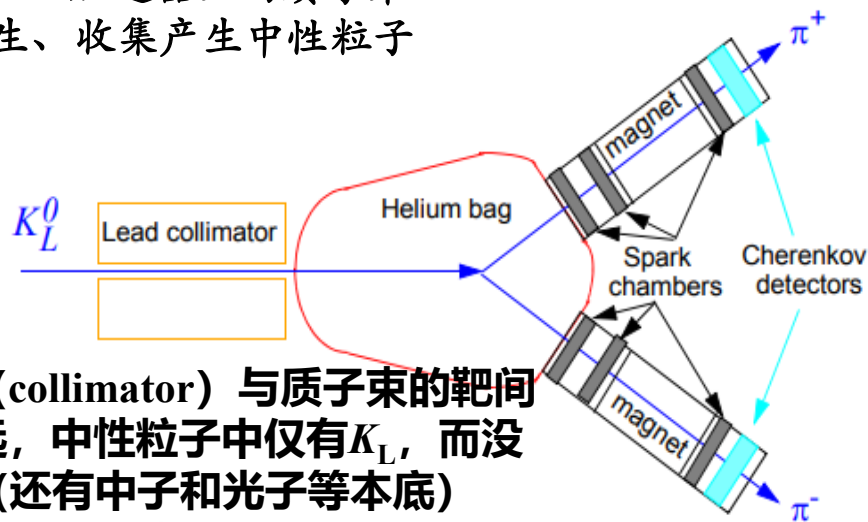


Val Fitch

● 1964年Cronin和Fitch进行如下实验

K⁰飞行20米后到达探测器，短寿命K⁰_S基本衰变，剩下长寿的K⁰_L

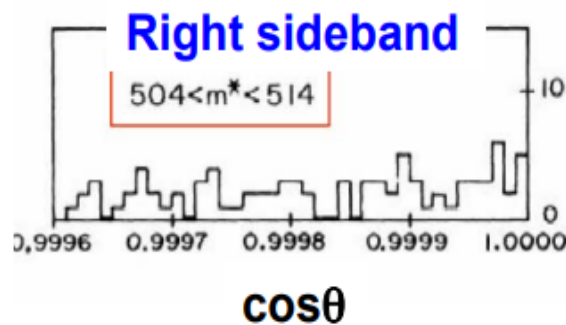
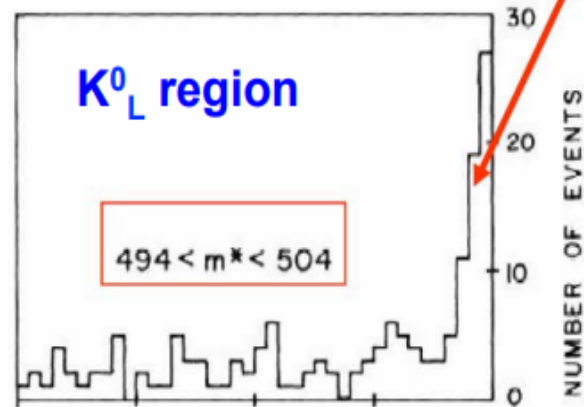
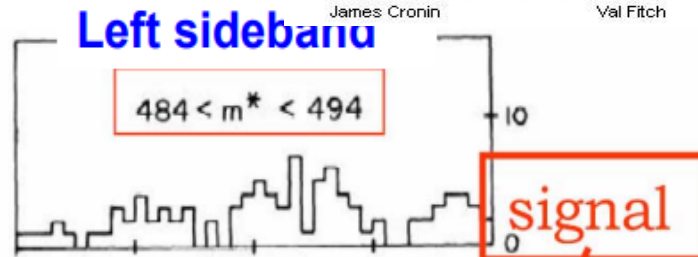
BNL的AGS加速器上的质子束打靶产生、收集产生中性粒子



准直器 (collimator) 与质子束的靶间隔足够远，中性粒子中仅有K_L，而没有K_S，(还有中子和光子等本底)

K_L⁰质量约498 MeV

θ为π⁺π⁻动量方向与K_L⁰束流方向夹角
两体衰变的θ为零度



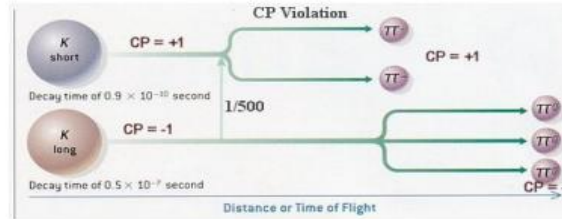
实验发现了K_L⁰ → π⁺π⁻

K⁰介子系统

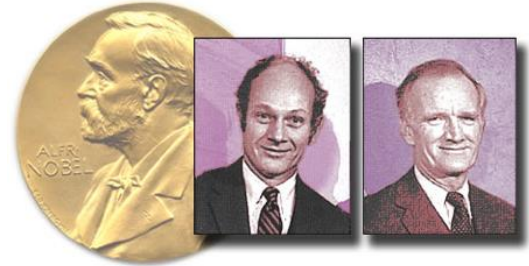
- Cronin和Fitch发现 $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ，证明弱作用中CP对称性破缺

1980 诺贝尔物理学奖

Most of the time



0.2% of the time!



- K_L^0 和 K_S^0 不是CP本征态

$$|\epsilon| = 2 \times 10^{-3}$$

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(K_1^0 + \epsilon K_2^0)$$

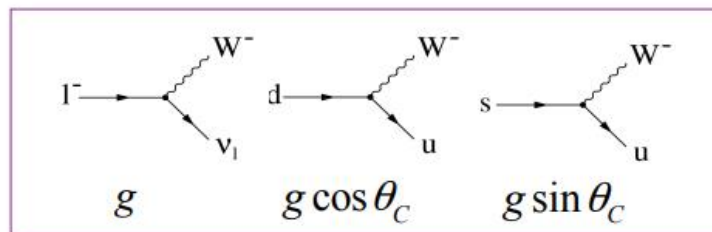
$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}}(\epsilon K_1^0 + K_2^0)$$

理论上如何解释CP破坏？让我们从夸克混合说起

Cabibbo混合角

- 1963年, Cabibbo提出d和s夸克混合来解释奇异数不守恒过程, 引入了与质量本征态不一致的弱本征态

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$



- 解释了一系列过程的关联

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) \propto g^4 \quad \text{purely leptonic}$$

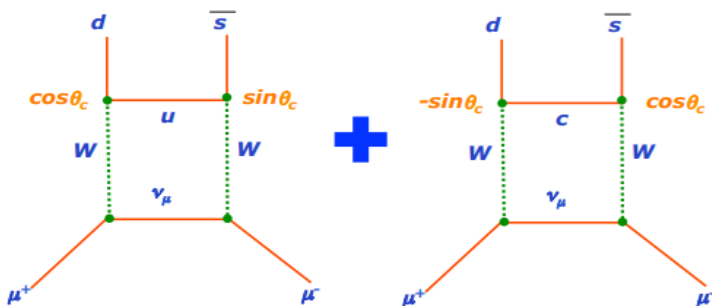
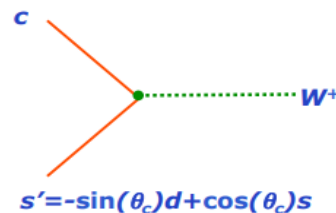
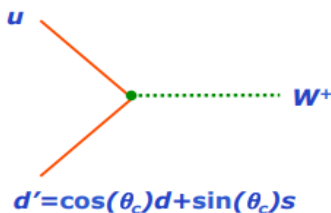
$$\Gamma(n \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e) \propto g^4 \cos^2 \theta_c \quad \text{semi-leptonic, } \Delta S = 0$$

$$\Gamma(\Lambda^0 \rightarrow pe^- \bar{\nu}_e) \propto g^4 \sin^2 \theta_c \quad \text{semi-leptonic, } \Delta S = 1$$

Charm夸克与GIM机制

- 引入charm夸克以抑制味道改变中性流（GIM机制），解释极小的 $K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ 分支比（ $\sim 7 \times 10^{-9}$ ，远小于 $K^+ \rightarrow \mu^+\nu$ 分支比）

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$



$$\sim g^4 \sin\theta_c \cos\theta_c - g^4 \sin\theta_c \cos\theta_c$$

（忽略c和u夸克质量差）

两代夸克混合矩阵元素是实数，不能描述CP破坏！

三代夸克的混合



小林誠

Progress of Theoretical Physics, Vol. 49, No. 2, February 1973

CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction

Makoto KOBAYASHI and Toshihide MASKAWA

Department of Physics, Kyoto University, Kyoto



益川敏英

(Received September 1, 1972)

- **1973年，Kobayashi和Maskawa提出了3代夸克混合机制**

1981: I. Bigi and A. Sanda propose measuring CP violation in $B \rightarrow J/\psi K^0$ decays.

1987: P. Oddone realizes how to measure CP violation: convert the PEP ring into an asymmetric energy e^+e^- collider.

1999: BaBar and Belle start to take data. By 2001 CP violation has been established (and confirmed) by measuring $\sin 2\beta \neq 0$ in $B \rightarrow J/\psi K^0$ decays.

2008: Nobel Prize to Kobayashi and Maskawa

2008 诺贝尔物理学奖

- **CKM机制对CP破坏现象的描述在B工厂得到验证**
 - **LHCb将进一步检验CKM机制，并寻找标准模型以外的物理机制和CP破坏来源**
- 2010:** LHCb starts to take data

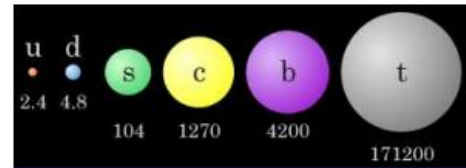
CP破坏的现有理论：CKM机制

CKM夸克混合矩阵的起源

- 电弱对称性自发破缺后，夸克通过Yukawa耦合获得质量

$$\mathcal{L}_{SM} = \underbrace{\mathcal{L}_G(\psi, W, \phi)}_{\text{kinetic energy + gauge IA}} + \underbrace{\mathcal{L}_H(\phi)}_{\text{Higgs potential}} + \underbrace{\mathcal{L}_Y(\psi, \phi)}_{\text{Yukawa IA}}$$

EWSB



- 夸克的质量矩阵对角化后，弱本征态与质量本征态不一致

弱本征态

质量本征态

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

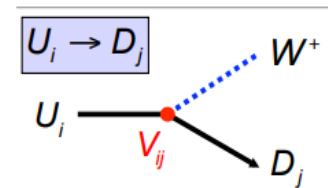
CKM矩阵的物理意义

- 弱本征态：味改变带电流跃迁在同代间进行

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

不同代间无跃迁，比如不存在 $u \rightarrow s'$

- 转换到质量本征态，产生了不同代之间的带电流跃迁

$$U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$


$|V_{ij}|^2$ 代表从 U_i 到 D_j 的相对跃迁几率

CKM矩阵的物理意义

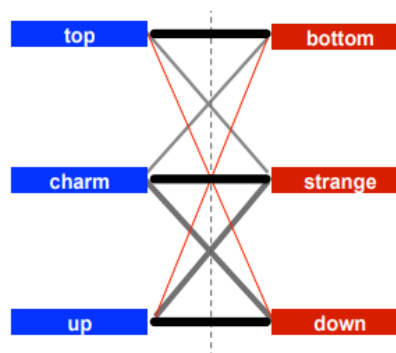
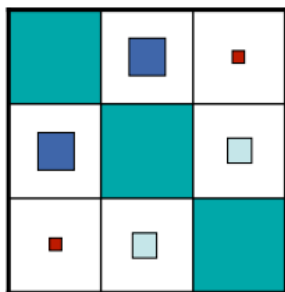
- 由3个转动角和1个相位表示。Wolfenstein 形式 (1983)

$$V_{CKM} \approx \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda - iA^2\lambda^5\eta & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \hat{\rho} - i\hat{\eta}) & -A\lambda^2 - iA\lambda^4\eta & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_{12} &= \lambda \\ \sin \theta_{23} &= A\lambda^2 \\ \sin \theta_{13} e^{-i\delta_{13}} &= A\lambda^3(\rho - i\eta) \end{aligned}$$

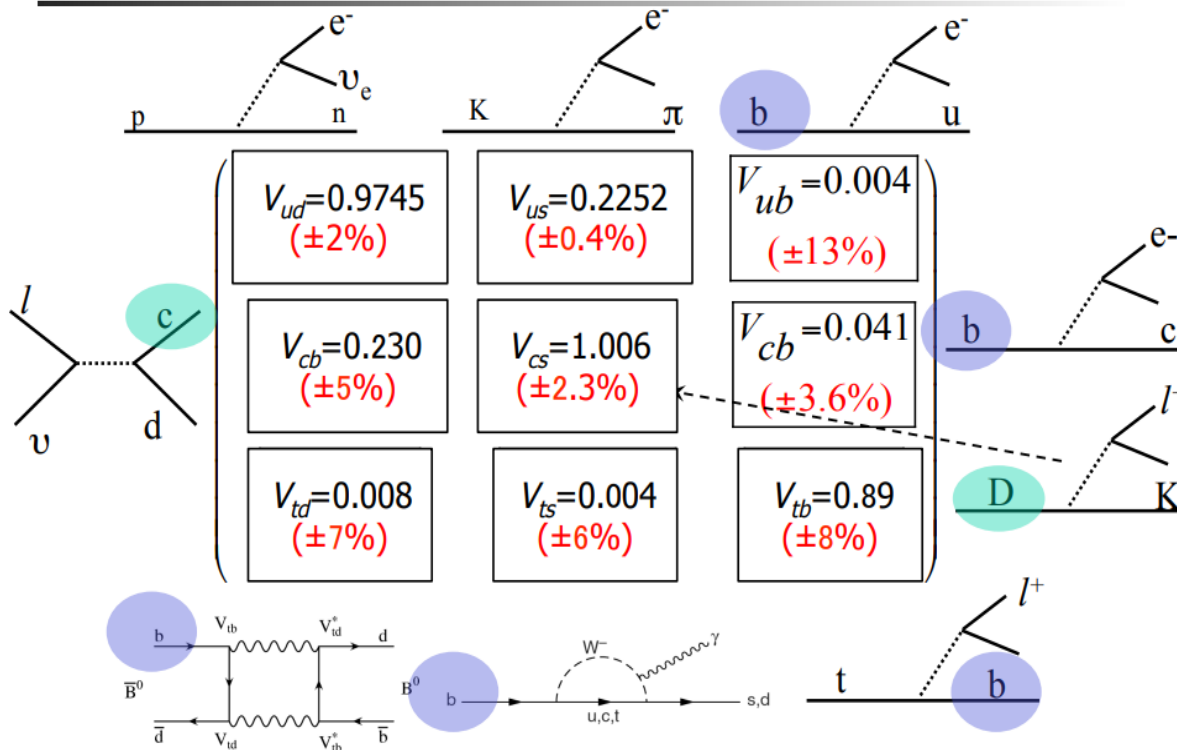
$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

- 从 $s \rightarrow uW$ 过程 $K \rightarrow \pi e^+ \nu$ 的分支比得到于 $\lambda \sim 0.22$



重味物理测量至关重要

Measurements of CKM Element Magnitudes



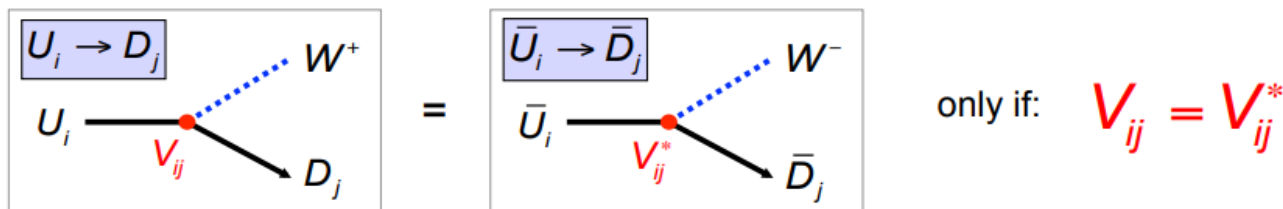
Phase of V_{ub}
 γ in $B \rightarrow DK$

Phase of V_{td}
 β in $B^0 \rightarrow J/\psi K_s$

Phase of V_{ts}
 χ in $B_s \rightarrow J/\psi \phi$

标准模型中CP破坏的来源

- CP不变性要求 $A(U_i \rightarrow D_j) = \bar{A}(\bar{U}_i \rightarrow \bar{D}_j)$



- 两代夸克模型
没有弱相位角，矩阵元为实数，没有CP破坏

- 三代夸克模型
 $\eta \neq 0$ ，CP对称性破缺
CP破坏程度由Jarlskog参数决定: $J \approx A^2 \lambda^6 \eta$

$$J = s_{12} s_{13} s_{23} c_{12} c_{23} c_{13}^2 \sin \delta_{13} = \lambda^6 A^2 \eta$$

CKM参数的实验信息暗示 $J = O(10^{-5})$ ，因此CP破坏现象很难观察到

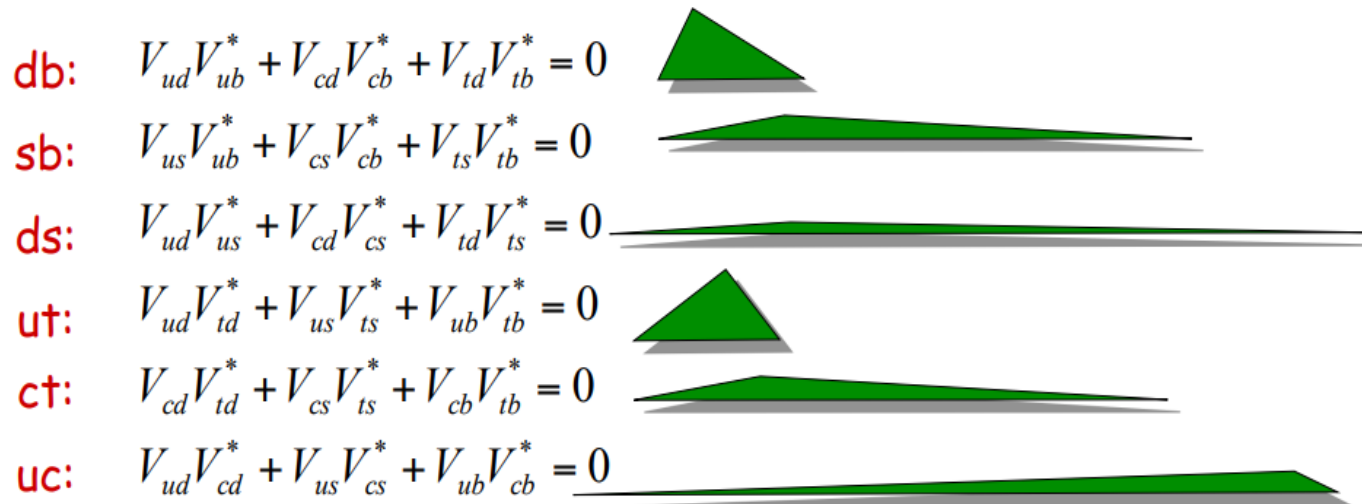
CKM矩阵的么正性

$$\sum_{i=1}^3 |V_{ij}|^2 = 1, \quad j = 1, 2, 3 \quad : \text{no phase info.}$$

$$\sum_j V_{ij} V_{jk}^* = \delta_{ik}$$

$$\sum_{i=1}^3 V_{ij} V_{ik}^* = 0, \quad j, k = 1, 2, 3, \quad j \neq k$$

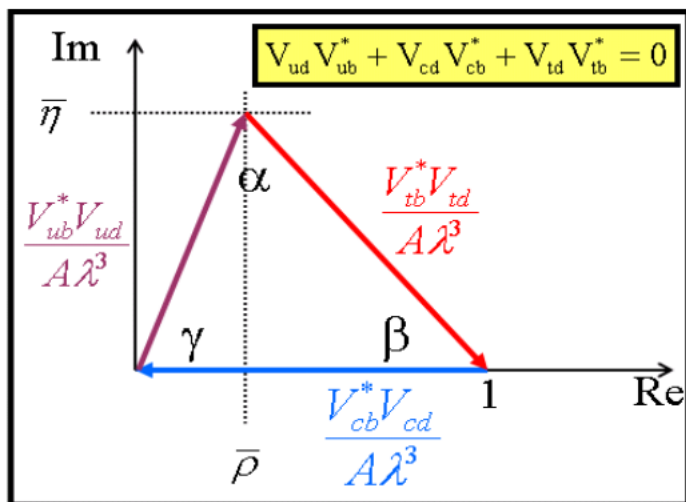
Plot on Argand diagram: 6 triangles in complex plane



所有么正三角形面积都等于 $J/2$

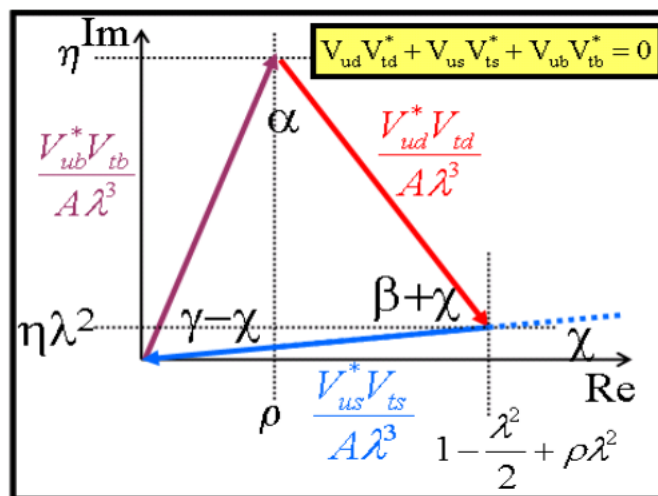
么正三角形

db 么正三角形



测量 β 决定 V_{td} 的相位
测量 γ 决定 V_{ub} 的相位

ut 么正三角形



测量 χ 决定 V_{ts} 的相位

通过不同方法确定 ρ 和 η ，并检验测量之间的一致性检验CKM机制的重要方法

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

$$V_{\text{CKM}} \approx \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda - iA^2\lambda^5\eta & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \hat{\rho} - i\hat{\eta}) & -A\lambda^2 - iA\lambda^4\eta & 1 \end{pmatrix}$$

三种CP破坏

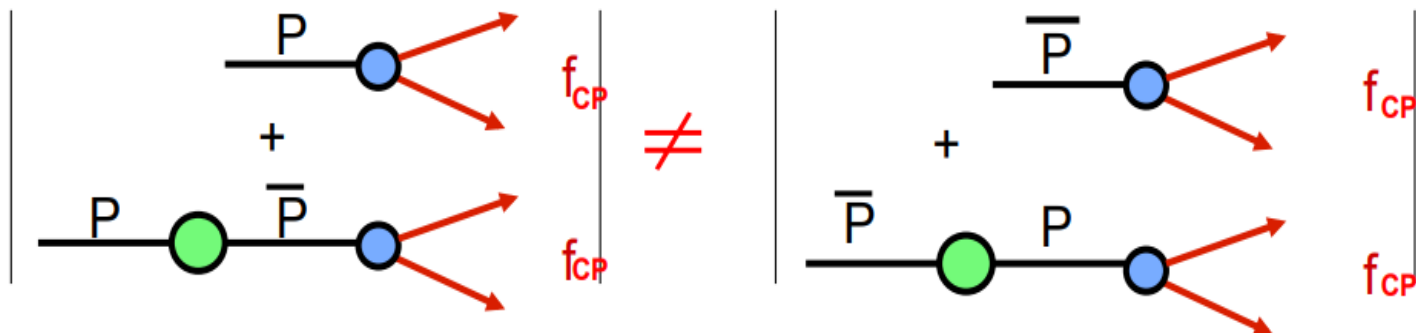
~~CP~~ in decay



~~CP~~ in mixing (“indirect ~~CP~~”)



~~CP~~ in interference between mixing and decay (“Mixing induced ~~CP~~”)



介子衰变中CP破坏

$$\text{Prob}(P \rightarrow f) \neq \text{Prob}(\bar{P} \rightarrow \bar{f})$$

$P \rightarrow f$	$A_f = \langle f H P \rangle$	$\left \frac{A_f}{A_{\bar{f}}} \right = \left \frac{\sum_i A_i e^{i\phi_i} e^{i\delta_i}}{\sum_i A_i e^{-i\phi_i} e^{i\delta_i}} \right \neq 1$
$\bar{P} \rightarrow \bar{f}$	$A_{\bar{f}} = \langle \bar{f} H \bar{P} \rangle$	

- 两类相位角

弱相位角 ϕ_i : CP变换下反号, 源于入弱作用

强相位角 δ_i : CP变换下不变, 源于中间态

- 必要条件

至少两个干涉项的贡献 ($i > 1$)

干涉项具有不同的弱相位和强相位

举例: 两干涉项时, 衰变率不称性正比于 $\sin(\phi_1 - \phi_2)\sin(\delta_1 - \delta_2)$

介子衰变中CP破坏

- 中性介子（比如 K^0 和 B^0 ）质量本征态是味本征态的组合

$$|P_1\rangle = p|P^0\rangle + q|\bar{P}^0\rangle$$

$$|P_2\rangle = p|P^0\rangle - q|\bar{P}^0\rangle$$

- 混合中的CP破坏

$$|q/p|^2 \neq 1$$

- 物理意义

中性介子（比如 K^0 和 B^0 ）质量本态不同于CP本征态；

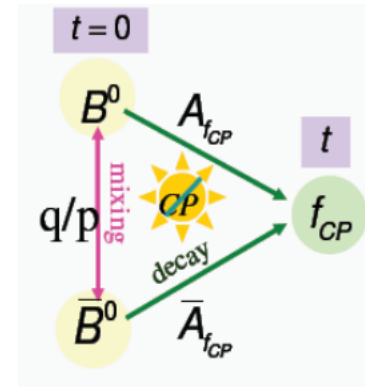
$$\text{Prob}(P \rightarrow \bar{P}) \neq \text{Prob}(\bar{P} \rightarrow P)$$

介子衰变中CP破坏

- 中性介子的两种衰变方式：
P直接衰变到CP本征态f
P震荡到反粒子 \bar{P} ，再衰变到f
- 如果两种方式的相位差不为零，则存在与衰变时间t相关的CP破坏

$$Im(\lambda) \neq 0 \quad \lambda = \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_f}{A_f}$$

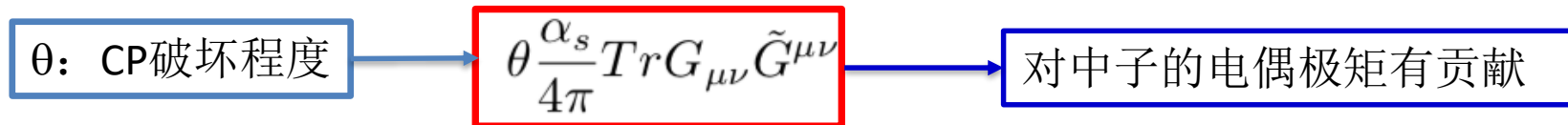
$$A(t) \equiv \frac{\Gamma(B(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}(t) \rightarrow f)} \propto S \cdot \sin(\Delta m t)$$



频率 Δm 为重轻本征态的质量差，S为CP破坏幅度

强CP与电偶极矩

- ◆ 理论上还有一个所谓的强CP问题：在强相互作用的对称性理论QCD中，真空的特殊性质允许在拉氏量中有一个CP破坏的项：



基本粒子的电偶极矩是CP破坏效应的灵敏探针

$$\text{电偶极矩 } \vec{D} = d\vec{J} \quad (\text{自旋}) = d\vec{r} \times \vec{p} \begin{matrix} \mathcal{P} \\ \rightarrow \\ \mathcal{T} \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{matrix} d\vec{r} \times \vec{p} \\ -d\vec{r} \times \vec{p} \end{matrix}$$

若空间宇称 \mathcal{P} 或者时间反演 \mathcal{T} 是好的对称性， $d=0$

按照CPT定理，时间反演对称性 \mathcal{T} 的破坏就意味着CP的破坏

中子电偶磁矩：理论， $d_n \sim \theta \times 10^{-15} \text{ e cm}$

实验， $|d_n| < 0.29 \times 10^{-25} \text{ e cm}$

意味着 $|\theta| \leq 10^{-10}$

CP破坏研究发展

- 实验发现了K介子系统的微小CP破坏
- Kobayashi和Maskawa提出了3代夸克混合机制
- 在K介子和D介子系统的测量对CKM参数进行了初步测量，预示着在B介子系统有较大的CP破坏
- 亟待实验上精确测定CKM参数和检验其有效性
- I. Bigi和A. Santa提出了在 $B^0 \rightarrow J/\psi K_s$ 过程中测量CP破坏参数 $\sin 2\beta$ 的理论方法（1981）
- CDF, ALEPH和OPAL对 $\sin 2\beta$ 的测量精度非常有限
- P. Oddone提出建造不对称电子正电子加速器PEPII，用于对B介子CP破坏进行高精度研究（1987）
- 同期KeK也开始研究建立B工厂

CP破坏研究发展

◆ 1964年Christenson、Cronin、Fitch、Turlay等人首次在实验上测得了 $K^0-K^{\bar{0}}$ 系统中的CP破坏

◆ 上个世纪A. I. Sanda, A. R. Carter和I. I. Bigi证明只要 $B^0-\bar{B}^0$ 的混合效应较大, 即导致可观测到的CP破坏

B^0 和 \bar{B}^0 衰变到CP本征态:

- $B^0 \rightarrow f_{CP}$ ϕ_{mix} : $B^0-\bar{B}^0$ 混合的弱相位 $\arg(V_{td}V_{tb}^*/V_{td}^*V_{tb})$ $\phi_{\text{mix}} = 2\phi_1$
- $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow f_{CP}$ ϕ_D : 衰变的弱相角

相位差 $\phi_{\text{mix}} - 2\phi_D = 2(\phi_1 - \phi_D)$

由于两个振幅之间的干涉对 $B^0-\bar{B}^0$ 衰变具有相反的符号, 从而导致CP破坏效应正比与 $\text{Sin}2(\phi_1 - \phi_D)$

◆ B介子工厂实验: Babar, Belle ➤ Belle-II, LHC

- $\Upsilon(4S) \rightarrow B^0\bar{B}^0$, 一个B介子衰变到CP本征态, 另一个B介子衰变到特定的味道标记末态
- 两个B工厂实验已经精确测得B介子衰变过程中的CP破坏, 细致检验标准模型
- Belle-II, LHCb能够在更高精度下测量CP破坏, 检验标准模型。。。。

CP破坏研究发展

♣ 在本章，我们从介绍50年前发现K介子系统CP破坏入手，介绍 $K^0 - \bar{K}^0$ 系统的混合与CP破坏。然后重点介绍B介子系统的混合与衰变过程，介绍两个B介子工厂实验的主要结果，介绍LHCb实验的最新实验测量成果，尤其是对 B_s 系统的第一批实验测量结果。

CKM矩阵的整体拟合与加权平均

♣ 目前做CKM矩阵么正三角形的整体拟合和味物理实验测量结果的加权平均的主要国际合作组有三个：

1. **HFAG** 合作组[52]，其网站地址为：
<http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag>。HFAG合作组负责收集、整理、更新与味物理相关的物理观测量的世界平均值。该合作组的论文和会议报告可以在其网站找到、下载。
2. **CKMFitter** 合作组，其网站地址为：
<http://www.slac.stanford.edu/xorg/ckmfitter>。CKMFitter合作组使用频度统计方法来做拟合。该合作组使用的拟合程序、最新结果、相关图形，最新的论文和会议报告可以在该网站找到、下载。
3. **UTfit** 合作组，其网站地址为：
<http://www.utfit.org>。UTfit合作组使用贝叶斯方法来做拟合。该合作组的拟合程序、最新结果、图形，最新的论文和会议报告可以在该网站找到、下载。

♣ 这三个国际合作组的工作目标有两个：

1. 收集、整理、更新与味物理相关的物理观测量实验测量结果的世界平均值，为理论研究和唯象分析提供一组统一的“实验数据”。
2. 通过比较实验测量数据和理论预言，对标准模型理论做精确检验。通过唯象分析，寻找新物理存在的迹象或信号，或者对新物理模型的自由参数给出限制。

CKM矩阵的整体拟合与加权平均

♣ 以幺正三角形为例，PDG-2014给出的拟合结果考虑了5个实验测量值[1]: $|V_{ub}/V_{cb}|$, Δm_d , Δm_s , ϵ_K 和 $\sin(2\beta)$; 通过拟合得到了对参数 $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$ 和CKM相角 (α, β, γ) 的限制。图-10.1表示在 $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ 复平面上 $\bar{\rho}$ 和 $\bar{\eta}$ 的可能取值范围。这里考虑的5个实验测量数据均为 $\bar{\rho}$, $\bar{\eta}$ 的函数。根据拟合得到的包围幺正三角形顶点的闭合等值线内区域是 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ 的允许区域，对应的可信度为95%。

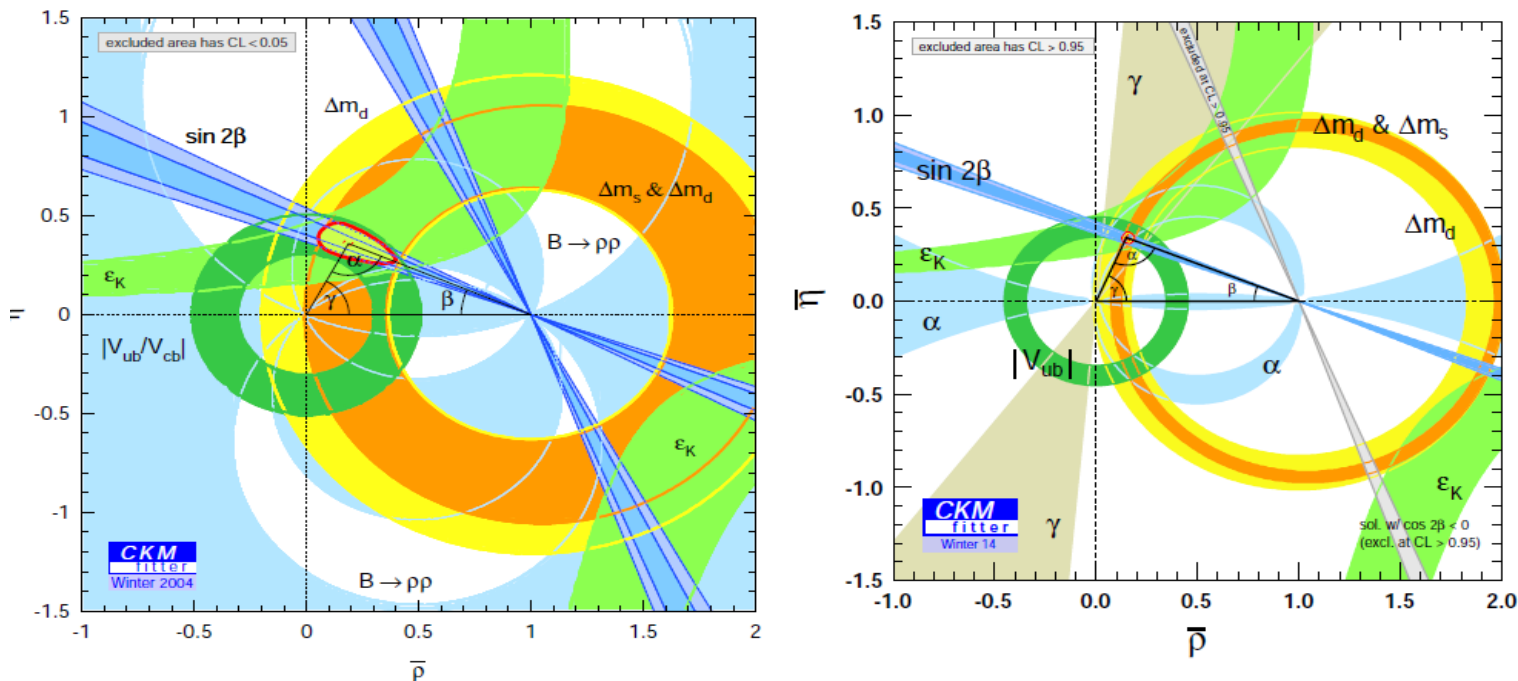


Figure: 10.1 在2004年和2014年春天，由CKM fitter 合作组给出的，根据当时得到的5组实验测量数据得到的对 $\bar{\rho} - \bar{\eta}$ 取值的限制。从图中可以看出，过去十年实验测量精度得到很大的提高，

CKM矩阵的整体拟合与加权平均

♣ 关于CKM矩阵的四个独立参数 $(\lambda, A, \bar{\rho}, \bar{\eta})$ 的取值, CKMfitter组和UTfit组使用不同的拟合方法, 得到的结果分别为[1]

$$\text{CKMfitter : } \lambda = 0.22537 \pm 0.00061, \quad A = 0.814_{-0.024}^{+0.023}, \\ \bar{\rho} = 0.117 \pm 0.021, \quad \bar{\eta} = 0.353 \pm 0.013, \quad (10.1)$$

$$\text{UTfit : } \lambda = 0.2255 \pm 0.0006, \quad A = 0.818 \pm 0.015, \\ \bar{\rho} = 0.124 \pm 0.024, \quad \bar{\eta} = 0.354 \pm 0.016. \quad (10.2)$$

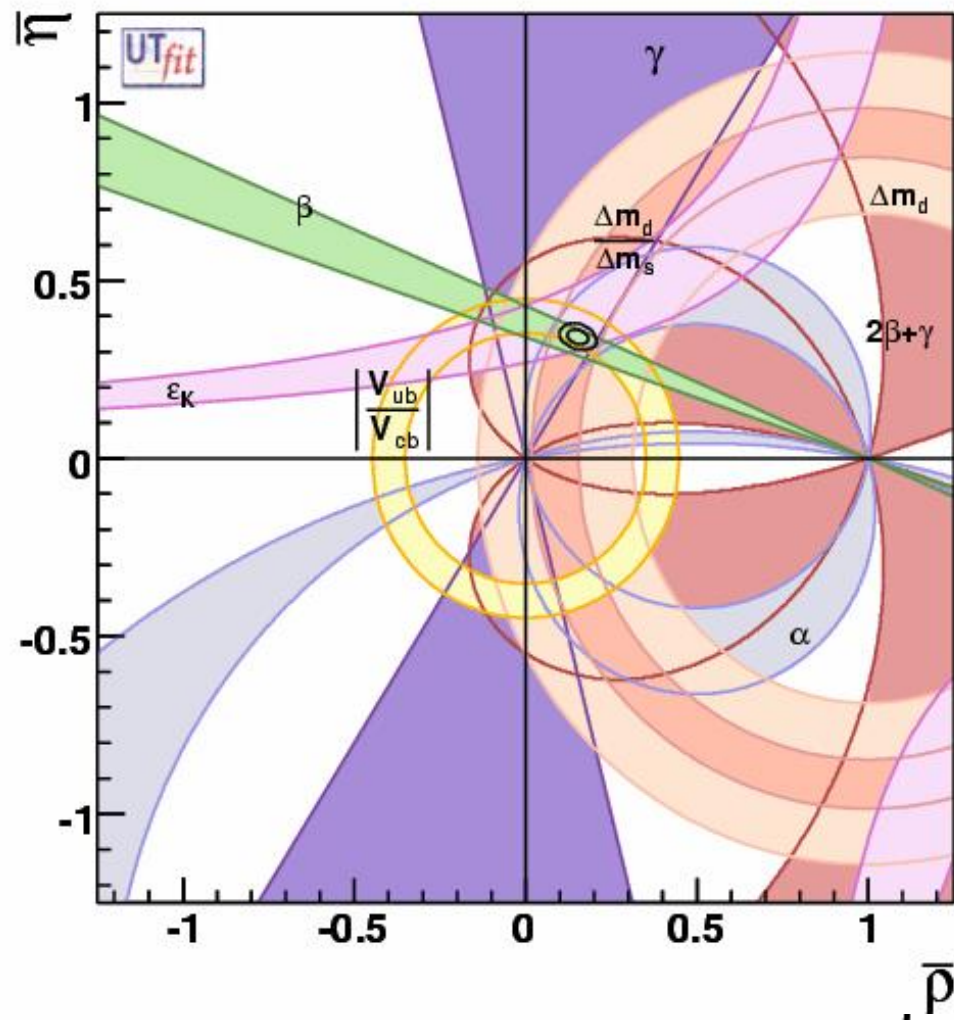
显然,这两个合作组的拟合结果是高度一致的。从图-10.1 可以看出:

- (1) 显然,不同实验数据对幺正三角形顶点位置的限制是一致的,有共同允许区域。幺正三角形顶点 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ 在第一象限。
- (2) 左右两个图分别表示在2004年和2014年得到的拟合结果。从中可以明显看出,10年来实验测量精度有很大提高。目前的幺正三角形顶点 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ 的允许区域和10年前相比已经减小很多。

么正三角性验证

- $|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 0.9996(5)$ (1st 行)
- $|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1.040(32)$ (2nd 行)
- $|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 0.9975(22)$ (1st 列)
- $|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1.042(32)$ (2nd 列)
- $\alpha + \beta + \gamma = (183_{-8}^{+7})^\circ$

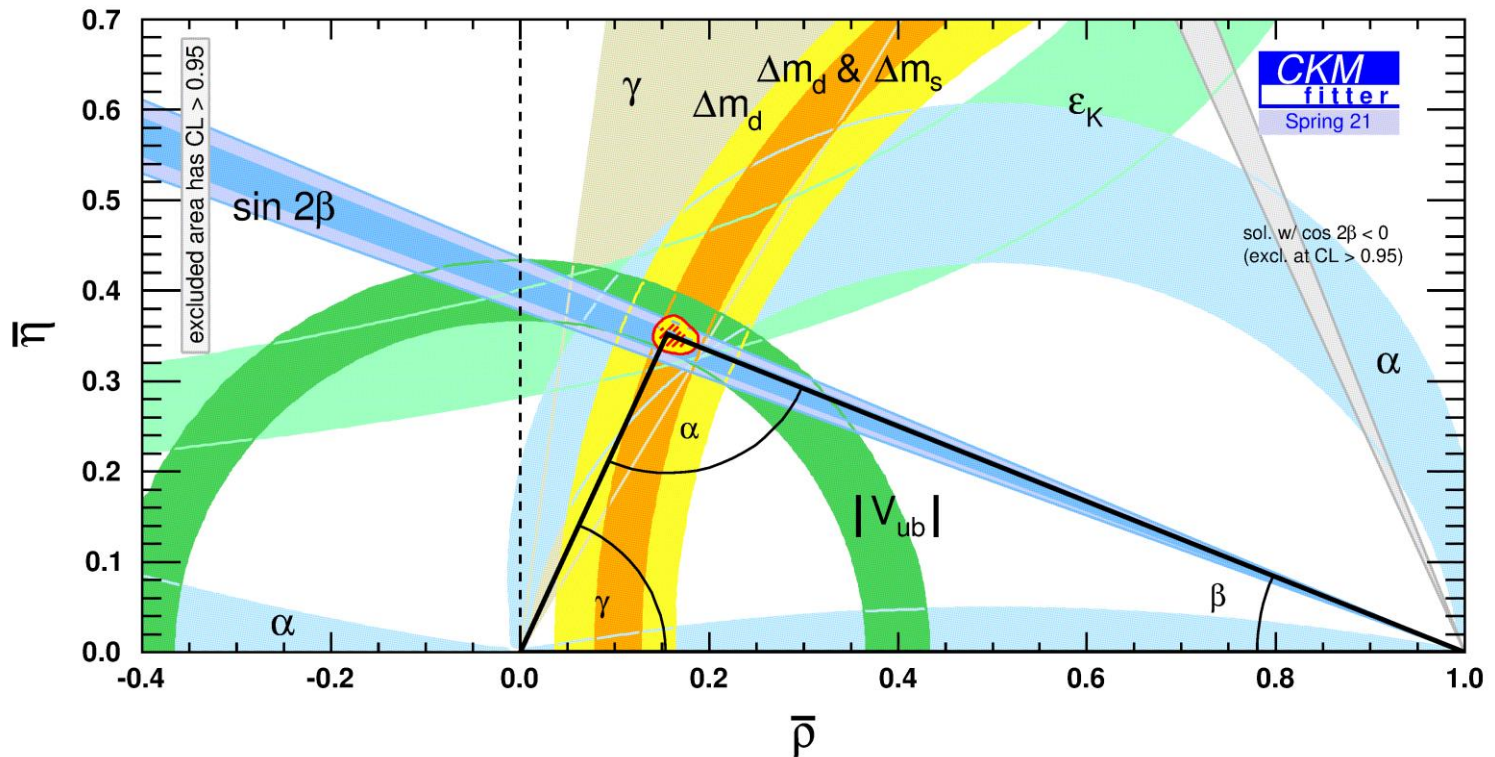
Global fit



Global fit

- 和SM一致
- 新物理还有10%的存在空间
- 需要对它测量的越精确越好

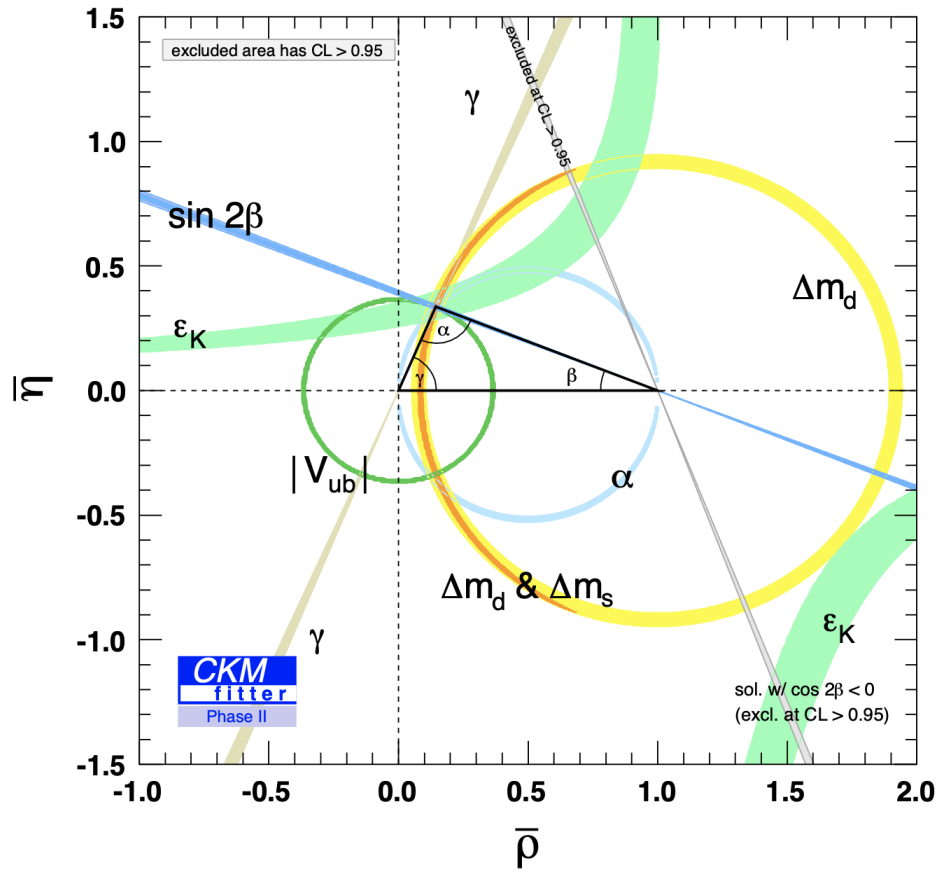
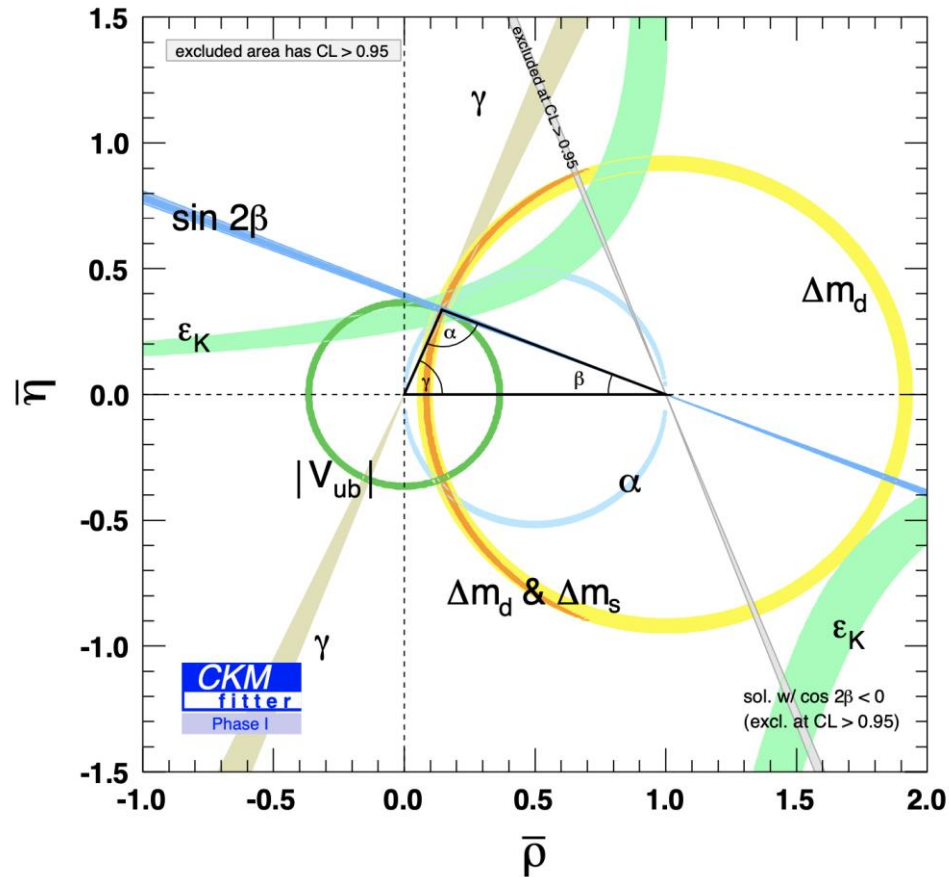
$$\begin{aligned}\lambda &= 0.22500^{+0.00024}_{-0.00022} \\ A &= 0.8132^{+0.0119}_{-0.0060} \\ \bar{\rho} &= 0.1566^{+0.0085}_{-0.0048} \\ \bar{\eta} &= 0.3475^{+0.0118}_{-0.0054}\end{aligned}$$



Global fit

2025?

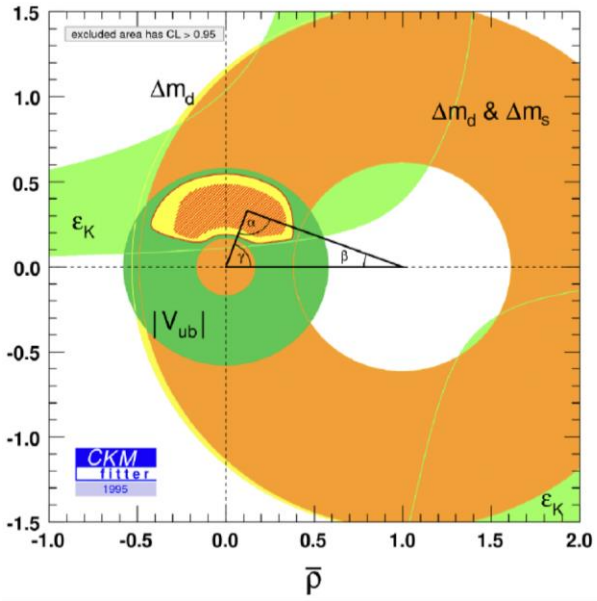
2035?



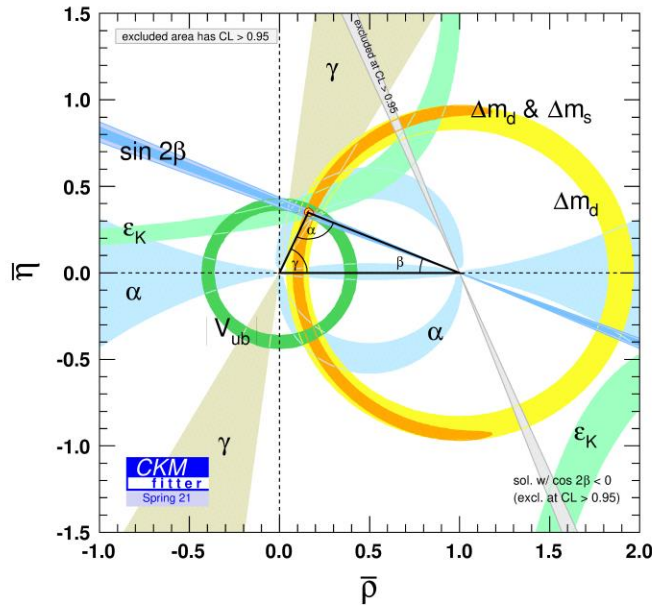
- With assumptions on improvements on lattice plus measurements from Belle II
- Central values at current fit values

Global fit

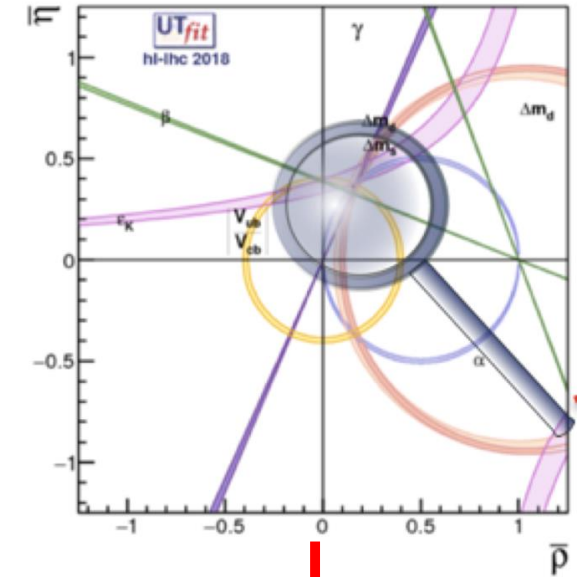
2015



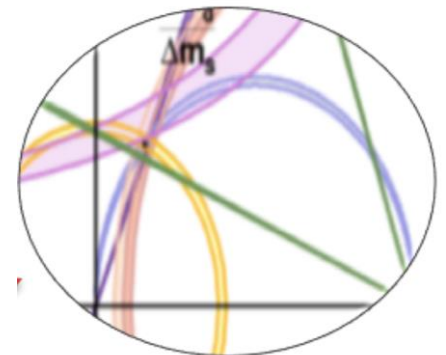
2021



future



- 希望未来能在1%甚至更小的精度下检验CKM机制，能够找到新物理的迹象。



中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

◆ 赝标量介子CP变化：

先来看一般赝标量介子的 CP 变换特性。在空间宇称 \mathcal{P} 变换下， $t \rightarrow t$, $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$ ，因此它会改变空间动量的符号， $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$ ，而粒子的自旋保持不变。记赝标量介子为 P ，其反粒子 \bar{P} ，则有，

$$\mathcal{P}|P(\mathbf{p})\rangle = -|P(-\mathbf{p})\rangle, \quad \mathcal{P}|\bar{P}(\mathbf{p})\rangle = -|\bar{P}(-\mathbf{p})\rangle.$$

这里采用了粒子和反粒子具有相同相角的约定。

而电荷共轭变换将粒子变成反粒子，时空坐标保持不变，即有，

$$\mathcal{C}|P(\mathbf{p})\rangle = \eta_c|\bar{P}(\mathbf{p})\rangle, \quad \mathcal{C}|\bar{P}(\mathbf{p})\rangle = \eta_c|P(\mathbf{p})\rangle$$

对赝标介子的联合变换有，

$$CP|P(\mathbf{p})\rangle = -\eta_c|\bar{P}(-\mathbf{p})\rangle, \quad CP|\bar{P}(\mathbf{p})\rangle = -\eta_c|P(-\mathbf{p})\rangle.$$

可以选择 η_c 使得，

$$CP|P(\mathbf{p})\rangle = |\bar{P}(-\mathbf{p})\rangle, \quad CP|\bar{P}(\mathbf{p})\rangle = |P(-\mathbf{p})\rangle.$$

因而对中性的赝标量介子 P^0 和其反粒子 \bar{P}^0 可以构造 CP 本征态，

$$|P_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle + |\bar{P}^0\rangle), \quad |P_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle - |\bar{P}^0\rangle).$$

它们满足，

$$CP|P_1^0\rangle = |P_1^0\rangle, \quad CP|P_2^0\rangle = -|P_2^0\rangle.$$

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

◆ 中性介子态的时间演化和混合：

现在来讨论中性介子态的时间演化和混合。一个一般的中性介子态在任意时刻 t 可以是它的味本征态的迭加，若记为，

$$\Psi(t) = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle,$$

满足薛定鄂 (*Schrödinger*) 方程，

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = H\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \left(M - i\frac{\Gamma}{2}\right)\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix},$$

这里 M 和 Γ 都是厄米的 2×2 矩阵，分别称为质量和衰变矩阵。因为，

$$-\frac{d}{dt}|\Psi|^2 = \Psi^\dagger\Gamma\Psi \geq 0,$$

所以 Γ 矩阵是正定的，

$$\Gamma_{11} \geq 0, \quad \Gamma_{22} \geq 0, \quad \det\Gamma \geq 0.$$

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

设 P^0 和 \bar{P}^0 的质量相等，根据量子力学的微扰论可以求得，

$$\left(M - i\frac{\Gamma}{2}\right)_{\alpha\beta} = m_{P^0}\delta_{\alpha\beta} + \langle\alpha|H_{wk}|\beta\rangle + \sum_n \frac{\langle\alpha|H_{wk}|n\rangle\langle n|H_{wk}|\beta\rangle}{m_{P^0} - E_n + i\epsilon} + \mathcal{O}(H_{wk}^3),$$

其中 $|n\rangle$ 是弱相互作用的本征态， H_{wk} 是哈密顿量的弱相互作用部分，因为强相互作用和电磁相互作用 $H_s + H_\gamma$ 是 CP 守恒的。这里有，

$$\frac{1}{m_{P^0} - E_n + i\epsilon} = \mathbb{P}\frac{1}{m_{P^0} - E_n} - i\pi\delta(m_{P^0} - E_n),$$

\mathbb{P} 是它的主值。对 M 的贡献来自于第一项，对 Γ 的贡献则来自于第二项，因此有，

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta} &= m_{P^0}\delta_{\alpha\beta} + \langle\alpha|H_{wk}|\beta\rangle + \sum_n \mathbb{P}\frac{\langle\alpha|H_{wk}|n\rangle\langle n|H_{wk}|\beta\rangle}{m_{P^0} - E_n}, \\ \Gamma_{\alpha\beta} &= 2\pi \sum_n \langle\alpha|H_{wk}|n\rangle\langle n|H_{wk}|\beta\rangle\delta(m_{P^0} - E_n). \end{aligned}$$

可以证明 CPT 的不变性意味着 $M_{11} = M_{22}$ ， $\Gamma_{11} = \Gamma_{22}$ ；这时矩阵 H 可表示为，

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M - i\Gamma/2 & M_{12} - i\Gamma_{12}/2 \\ M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2 & M - i\Gamma/2 \end{pmatrix}.$$

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

记它的两个本征矢为，

$$|P_{1,2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\tilde{\epsilon}|^2)}} [(1+\tilde{\epsilon})|P^0\rangle \pm (1-\tilde{\epsilon})|\bar{P}^0\rangle],$$

或记为，

$$|P_{1,2}\rangle = p|P^0\rangle \pm q|\bar{P}^0\rangle,$$
$$p = \frac{1+\tilde{\epsilon}}{\sqrt{2(1+|\tilde{\epsilon}|^2)}}, \quad q = \frac{1-\tilde{\epsilon}}{\sqrt{2(1+|\tilde{\epsilon}|^2)}}.$$

容易证明，

$$\hat{\eta} = \frac{q}{p} = \frac{1-\tilde{\epsilon}}{1+\tilde{\epsilon}} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{M_{12} - i\Gamma_{12}/2}},$$

不依赖于相因子的选取，是有意义的物理量。 $\hat{\eta} \neq 1$ (或 $\tilde{\epsilon} \neq 0$) 就意味着 CP 的破坏，通常称这种 CP 破坏为间接的 CP 破坏。

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

归一化条件 $|p|^2 + |q|^2 = 1$ ，如果取相因子的约定为： $CP|D^0\rangle = +|\bar{D}^0\rangle$ ，且取 $|P_1\rangle$ 的主要成分为 $CP = +$ ，则两个本征值为，

$$\lambda_{1,2} = m_{1,2} - i\Gamma_{1,2}/2 = \left(M - \frac{i}{2}\Gamma\right) \pm \frac{q}{p} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right).$$

这里 $m_{1,2}$ 和 $\Gamma_{1,2}$ 是 $P_{1,2}$ 的质量和宽度， Γ 是两个本征态宽度的平均值， $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$ 。可以定义，

$$\Delta m = m_2 - m_1, \quad \Delta\Gamma = \Gamma_2 - \Gamma_1.$$

用矩阵元表示为，

$$\Delta m = 2\Re \left(\sqrt{(M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2})(M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2})} \right),$$
$$\Delta\Gamma = -4\Im \left(\sqrt{(M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2})(M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2})} \right),$$

以及混合参数[†]，

$$x \equiv \Delta m/\Gamma, \quad y \equiv \Delta\Gamma/2\Gamma.$$

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

若 CP 守恒成立，则 M_{12} 和 Γ_{12} 是实数， $\Delta m = -2M_{12}$ ， $\Delta\Gamma = -2\Gamma_{12}$ 及 $p = q = 1/\sqrt{2}$ ， Δm 和 $\Delta\Gamma$ 的符号将由实验确定。可证如下的关系式，

$$\hat{\eta} = \frac{q}{p} = -\frac{\Delta m - i\Delta\Gamma/2}{2(M_{12} - i\Gamma_{12}/2)} = -2\frac{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{\Delta m - i\Delta\Gamma/2}.$$

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

根据前面的讨论可以写下本征态的演化方程，

$$|P_{1,2}(t)\rangle = e^{-i\lambda_{1,2}t}|P_{1,2}(0)\rangle \equiv e_{1,2}(t)|P_{1,2}(0)\rangle.$$

设初始时刻处在 $|P^0(0)\rangle$ 态，则在 t 时刻将演化为，

$$\begin{aligned} |P^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p}(|P_1(t)\rangle + |P_2(t)\rangle) \\ &= \frac{1}{2p}[e_1(t)|P_1(0)\rangle + e_2(t)|P_2(0)\rangle] \\ &= \frac{1}{2p}\{e_1(t)[p|P^0(0)\rangle + q|\bar{P}^0(0)\rangle] + e_2(t)[p|P^0(0)\rangle - q|\bar{P}^0(0)\rangle]\} \\ &= \frac{1}{2}[e_1(t) + e_2(t)]|P^0(0)\rangle + \frac{q}{p}\frac{1}{2}[e_1(t) - e_2(t)]|\bar{P}^0(0)\rangle \\ &= f_+(t)|P^0(0)\rangle + \frac{q}{p}f_-(t)|\bar{P}^0(0)\rangle, \\ f_{\pm}(t) &\equiv \frac{1}{2}[e_1(t) \pm e_2(t)] = \frac{1}{2}(e^{-i\lambda_1 t} \pm e^{-i\lambda_2 t}), \end{aligned}$$

变成了 P^0 和 \bar{P}^0 的混合态。完全相同的，设初始时刻处在 $|\bar{P}^0(0)\rangle$ 态，可导得其在 t 时刻的演化为，

$$|\bar{P}^0(t)\rangle = \frac{p}{q}f_-(t)|P^0(0)\rangle + f_+(t)|\bar{P}^0(0)\rangle,$$

中性赝标量介子的CP变换，时间演化和混合

图 6.1给出了这种短距离 $D^0 - \bar{D}^0$ 和 $B_{d,s}^0 - \bar{B}_{d,s}^0$ 混合机制的箱图。

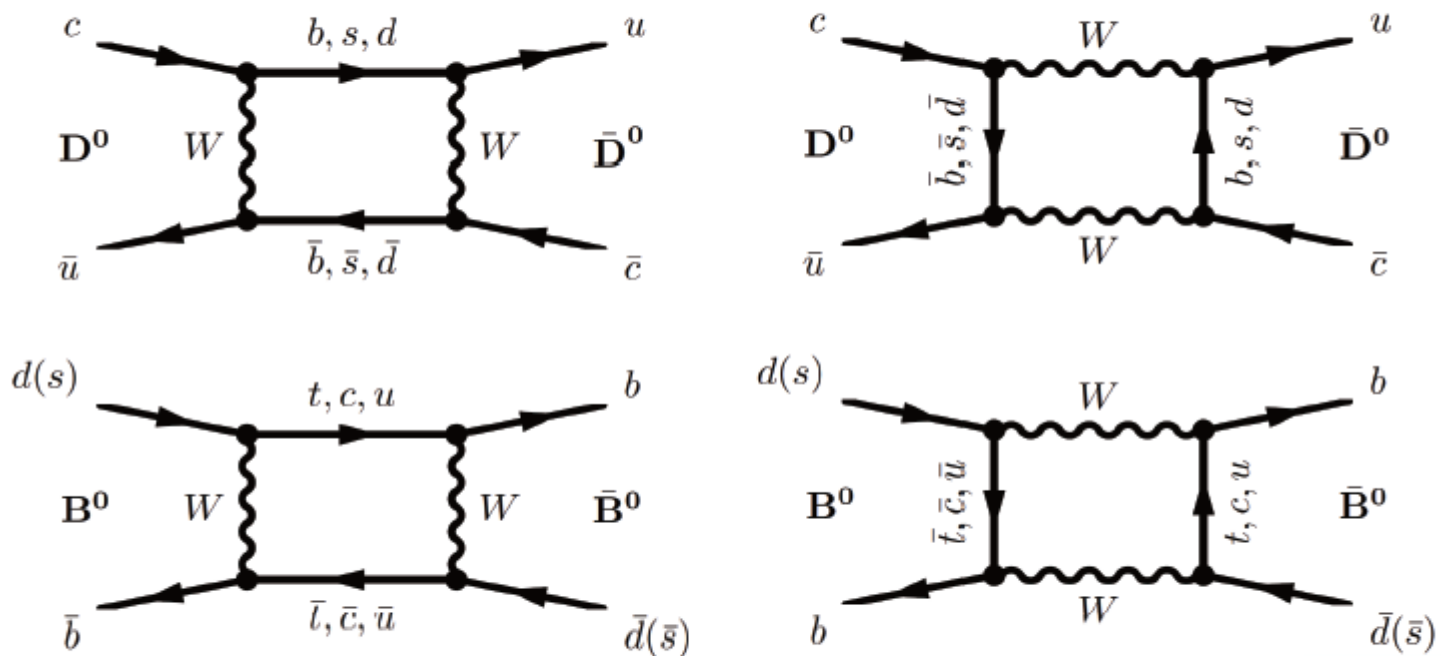


图 6.1: $D^0 - \bar{D}^0$ 和 $B_{d,s}^0 - \bar{B}_{d,s}^0$ 混合短距离相互作用机制的箱图。

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 1964年7月27日，“美国物理评论快报”上[50]发表的论文宣布在实验上发现了 $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 衰变，即CP为奇的 K_2^0 (亦即 K_L)介子可以衰变到CP为偶的 $\pi\pi$ 末态。K介子系统CP破坏的发现，启发物理学界研究D介子系统和B介子系统的CP破坏，推动了B介子工厂实验、LHCb实验的构想和实施，使重味物理和CP破坏研究在过去50年中成为物理学的重要研究领域。

$$K^0 = |\bar{s}d\rangle \text{ 奇异数: } +1, \quad \bar{K}^0 = |s\bar{d}\rangle \text{ 奇异数: } -1$$

CP 本征态: K_1^0, K_2^0 , CP 宇称为+1 的态可以衰变到两个 π ,

CP 宇称为-1 的态衰变到三个 π

- ◆ 奇异数只有在强相互作用和电磁相互作用中守恒，在弱作用中不是好量子数
- ◆ 实验: K_S 寿命 $(8.926 \pm 0.012) \times 10^{-11}$ 秒，主要衰变到 2π ；
 K_L 寿命 $(5.17 \pm 0.04) \times 10^8$ 秒，主要衰变到 3π
- ◆ 如果CP 是严格的对称性，则 K_S 应该是CP 宇称为+1 的本征态，
而 K_L 是CP 宇称为-1的本征态。
- ◆ 但1964 年发现 K_L 有 10^{-3} 的机率衰变到两个 π ，这说明或者 K_L 不是100% 的CP 本征态，或者在它的衰变过程中CP 发生了破坏，也可能两者都有。

2. K介子系统的混合与CP破坏

对于质心系中的两个 π^0 系统，因 π 介子的内禀宇称为 -1 ，空间宇称变换相当于交换两个 π^0 介子，而两个 π^0 是全同的玻色子系统，波函数不因这一交换而改变符号，即，

$$\mathcal{P}|\pi^0\pi^0\rangle = +|\pi^0\pi^0\rangle.$$

π^0 的反粒子就是它自身，所以有，

$$C\mathcal{P}|\pi^0\pi^0\rangle = +|\pi^0\pi^0\rangle.$$

两个 π^0 系统的 $C\mathcal{P}$ 宇称为 $+1$ 。再来看质心系中的 $\pi^+\pi^-$ 系统。空间宇称操作交换两个 π 介子，

$$\mathcal{P}|\pi^+\pi^-\rangle = +|\pi^-\pi^+\rangle,$$

而 π^+ 和 π^- 互为反粒子，因此有，

$$C\mathcal{P}|\pi^+\pi^-\rangle = +|\pi^+\pi^-\rangle,$$

所以两 π 系统的 $C\mathcal{P}$ 宇称为 $+1$ 。

2. K介子系统的混合与CP破坏

下面证明三 π 系统的 CP 宇称为 -1 。设在 π^+, π^-, π^0 的质心系中, π^+ 和 π^- 之间的相对轨道角动量为 L , π^0 相对于 $\pi^+\pi^-$ 系统的轨道角动量为 l , 如图 6.2所示, 则,

$$\mathcal{P}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = (-1)^3(-1)^{L+l}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = (-1)^{L+l+1}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle, \quad (6.35)$$

$$\mathcal{C}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = |\pi^-\pi^+\pi^0\rangle = (-1)^L|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle, \quad (6.36)$$

所以有,

$$CP|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = (-1)^{2L+l+1}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = (-1)^{l+1}|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle. \quad (6.37)$$

三 π 系统作为中性 K 介子的衰变末态, 最可能的量子数为 $L = l = 0$, 所以它的 CP 宇称是 -1 。

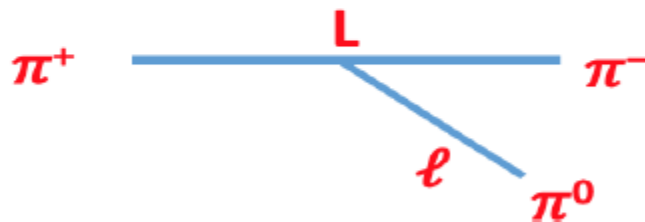


图 6.2: 三 π 系统质心系相对轨道角动量示意图。

2. K介子系统的混合与CP破坏

由于奇异数只在强相互作用和电磁相互作用中守恒，而在弱相互作用中并不是一个好的量子数，因此实验上具有确定质量和寿命的粒子不是 K^0 和 \bar{K}^0 ，而是两者的迭加态 K_S 和 K_L 。实验中观测到 K_S 的寿命是 $(8.926 \pm 0.012) \times 10^{-11}$ 秒，主要衰变到两个 π ； K_L 的寿命是 $(5.17 \pm 0.04) \times 10^{-8}$ 秒，主要衰变到三个 π 。如果 CP 是严格的对称性，则 K_S 应该是 CP 宇称为 +1 的本征态，而 K_L 应是 CP 宇称为 -1 的本征态。但是 1964 年克里斯坦森 (J. H. Christenson) 等人发现 K_L 有 10^{-3} 的几率衰变到两个 π ，这说明或者 K_L 不是 100% 的 $CP = -1$ 本征态，或者在它的衰变过程中 CP 发生了破坏，也可能两者都有。

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 在标准模型中，中性K介子的味道本征态可以写为 $K^0 = |\bar{s}d\rangle$ 和 $\bar{K}^0 = |s\bar{d}\rangle$ ，如图-10.2所示，中性K介子可以通过弱作用箱图发生 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合。 K^0 介子系统的CP本征态可以定义为 $|K_{1,2}\rangle$ ：

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{2} [K^0 + \bar{K}^0], \quad |K_2^0\rangle = \frac{1}{2} [K^0 - \bar{K}^0], \quad (10.3)$$

$$CP|K_1^0\rangle = +|K_1^0\rangle, \quad CP|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle, \quad (10.4)$$

显然， $|K_1^0\rangle$ 是CP为偶(即CP本征值 $\eta_{CP} = +1$)的CP本征态， $|K_2^0\rangle$ 是CP为奇(即 $\eta_{CP} = -1$)的本征态。

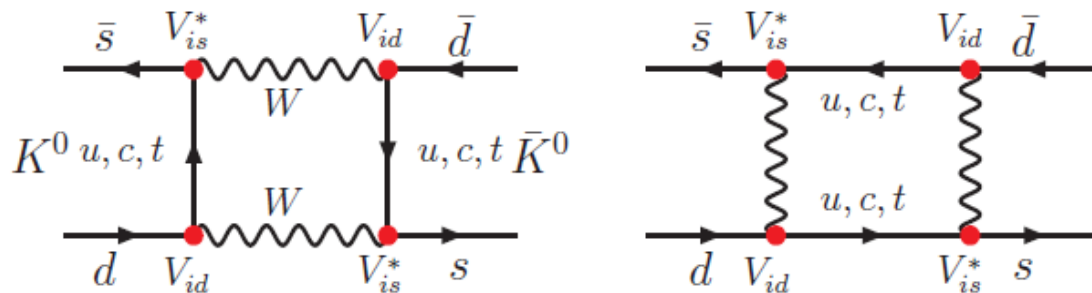


Figure: 10.2 标准模型中对 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合有贡献的箱(Box)图，内线费米子可以是3个上夸克(u, c, t)的任意组合。

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 如果中性K介子之间没有混合，那么 $t = 0$ 时刻的一个 $|K^0(0)\rangle$ 介子在 $t > 0$ 时刻可以写成

$$|K^0(t)\rangle = |K^0(0)\rangle \exp(-iHt), \quad H = M - i\frac{\Gamma}{2},$$

其中 M 和 Γ 分别是 K^0 介子的质量和宽度。如果中性K介子之间有混合，K介子波函数 $|K(t)\rangle$ 所满足的薛定谔方程为

$$i\frac{d}{dt}|K(t)\rangle = \hat{H}|K(t)\rangle, \quad |K(t)\rangle = \begin{pmatrix} |K^0(t)\rangle \\ |\bar{K}^0(t)\rangle \end{pmatrix} \quad (10.6)$$

其中系统的哈密顿量为

$$\hat{H} = \hat{M} - i\frac{\hat{\Gamma}}{2} = \begin{pmatrix} M_{11} - i\frac{\Gamma_{11}}{2} & M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} \\ M_{21} - i\frac{\Gamma_{21}}{2} & M_{22} - i\frac{\Gamma_{22}}{2} \end{pmatrix}, \quad (10.7)$$

其中 \hat{M} 和 $\hat{\Gamma}$ 是 2×2 的厄米矩阵，二者的本征值是实数。

♣ 考虑到矩阵 $(\hat{M}, \hat{\Gamma})$ 的厄米性质和哈密顿量 H 的CPT不变性，对各个矩阵元有如下限值：

$$M_{21} = M_{12}^*, \quad \Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*, \quad (\text{hermiticity}) \quad (10.8)$$

$$M_{11} = M_{22} \equiv M, \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma, \quad (\text{CPT}) \quad (10.9)$$

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 最后我们有

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} M - i\frac{\Gamma}{2} & M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} \\ M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2} & M - i\frac{\Gamma}{2} \end{pmatrix}. \quad (10.10)$$

其质量本征态 K_L 和 K_S 可以写为:

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\bar{\epsilon}|^2)}} \left[(1+\bar{\epsilon})|K^0\rangle + (1-\bar{\epsilon})|\bar{K}^0\rangle \right], \\ |K_L\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\bar{\epsilon}|^2)}} \left[(1+\bar{\epsilon})|K^0\rangle - (1-\bar{\epsilon})|\bar{K}^0\rangle \right], \end{aligned} \quad (10.11)$$

其中的参数 $\bar{\epsilon}$ 是一个很小的复参量。当然，部分文献把 K_L 和 K_S 定义为:

$$|K_S\rangle = p|K^0\rangle + q|\bar{K}^0\rangle, \quad |K_L\rangle = p|K^0\rangle - q|\bar{K}^0\rangle. \quad (10.12)$$

当CP守恒时，有 $p = q$ ， K_L 和 K_S 是CP本征态。

$|K_S\rangle$ 和 $|K_L\rangle$ 不正交，而有重叠，

$$\delta \equiv \langle K_S | K_L \rangle = \frac{1}{2(1+|\bar{\epsilon}|^2)} [(1+\bar{\epsilon})^*(1+\bar{\epsilon}) - (1-\bar{\epsilon})^*(1-\bar{\epsilon})] = \frac{2\Re \bar{\epsilon}}{1+|\bar{\epsilon}|^2}.$$

它和相角的选取无关。 $\delta \neq 0$ ($\bar{\epsilon} \neq 0$) 表示CP的破坏。

2. K介子系统的混合与CP破坏

实验上 δ 可以通过测量中性 K 介子系统半轻子衰变的不对称性来确定,

$$\delta = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow l^+ \nu X) - \Gamma(K_L \rightarrow l^- \bar{\nu} X)}{\Gamma(K_L \rightarrow l^+ \nu X) + \Gamma(K_L \rightarrow l^- \bar{\nu} X)}.$$

如前所讲, K_L 和 K_S 之间大的寿命差使得很容易获得干净的 K_L 束流来进行这一测量。若定义,

$$A = \langle l^+ \nu X | H | K^0 \rangle, \quad A^* = \langle l^- \bar{\nu} X | H | \bar{K}^0 \rangle.$$

注意到 $K^0 \not\rightarrow l^- \bar{\nu} X$ 和 $\bar{K}^0 \not\rightarrow l^+ \nu X$, 利用 $|K_L\rangle$ 的表示式可得

$$\langle l^+ \nu X | \mathcal{H} | K_L \rangle = pA, \quad \langle l^- \bar{\nu} X | \mathcal{H} | K_L \rangle = -qA^*.$$

最后求得,

$$\delta = \frac{1 - |q/p|^2}{1 + |q/p|^2} = \frac{2\Re \tilde{\epsilon}}{1 + |\tilde{\epsilon}|^2}.$$

实验测量上最佳的衰变过程是 $K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu, \pi^+ l^- \bar{\nu}$, 给出这种间接的 CP 破坏效应为,

$$\delta = (3.27 \pm 0.12) \times 10^{-3}.$$

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 当考虑中性K介子的混合时，参数 (p, q) 与(10.11)式中参数 $\bar{\epsilon}$ 的关系为

$$q/p = (1 - \bar{\epsilon})/(1 + \bar{\epsilon}). \quad (10.13)$$

与质量本征态 $K_{L,S}$ 对应，质量本征值可以写为：

$$M_{L,S} = M \pm \text{Re}Q \quad \Gamma_{L,S} = \Gamma \mp 2\text{Im}Q \quad (10.14)$$

其中 $Q = \sqrt{(M_{12} - i\frac{1}{2}\Gamma_{12})(M_{12}^* - i\frac{1}{2}\Gamma_{12}^*)}$ 。我们还可以定义

$$\Delta M = M_L - M_S = 2\text{Re}Q, \quad \Delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_S = -4\text{Im}Q. \quad (10.15)$$

♣ 实验告诉我们[1]，对中性K介子系统，参数 ϵ 是一个量级为 10^{-3} 的小量。所以在很好的近似下，我们有

$$\Delta M_K = 2\text{Re}M_{12}, \quad \Delta\Gamma_K = 2\text{Re}\Gamma_{12}, \quad (10.16)$$

上两式的下角标K表示这两个近似表达式只对K介子有效。对 ΔM_K 和 $K_{L,S}$ 寿命的实验测量结果的世界平均值为[1]:

$$\Delta M_K = (3.484 \pm 0.006) \cdot 10^{-15} \text{GeV}, \quad (10.17)$$

$$\tau(K_S^0) = (0.8954 \pm 0.0004) \times 10^{-10} \text{s}, \quad c\tau = 2.6844 \text{cm},$$

$$\tau(K_L^0) = (5.116 \pm 0.021) \times 10^{-8} \text{s}, \quad c\tau = 15.34 \text{m}. \quad (10.18)$$

K_L 的寿命是 K_S 寿命的大约572倍！

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 在实验上最感兴趣的是(K^0, \bar{K}^0)到($\pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0$)的衰变。除了混合部分，中性K介子系统的CP破坏还可以出现在衰变振幅中：

$$A(K^0 \rightarrow \pi\pi(I)) = A_I \exp^{i\delta_I}, \quad A(\bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi(I)) = A_I^* \exp^{i\delta_I}, \quad (10.19)$$

其中 I 是 $\pi\pi$ 末态的同位旋量子数， δ_I 是末态相移。根据角动量守恒和同位旋分析可知，只有 $I = (0, 2)$ 的末态有贡献，并且 $I = 0$ 的 2π 态提供主要的贡献。当CP守恒时， A_I 是实数。

♣ 在标准模型框架下，图-10.2所示的箱图给出的短距离“微扰贡献”大约占 ΔM_K 的70%。根据GIM机制的限制，如果三种上夸克的质量相同，三种内线上夸克 u, t 和 c 给出的贡献之和将正比于 $V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0$ (CKM么正条件)，所以夸克质量的差别越大，就会导致越大的混合参数。

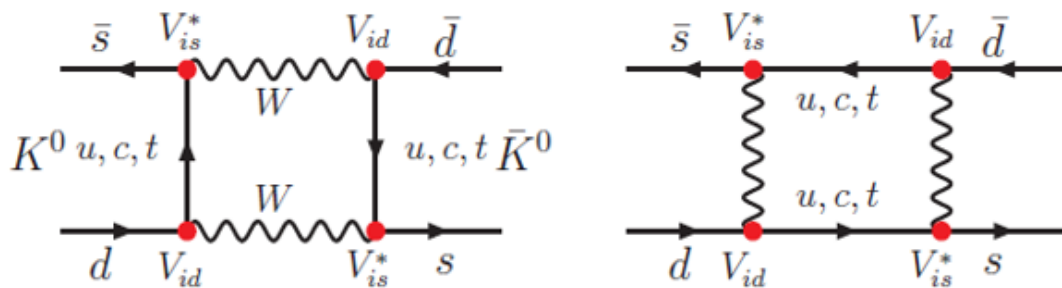


Figure: 10.2 标准模型中对 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合有贡献的箱(Box)图，内线费米子可以是3个上夸克(u, c, t)的任意组合。

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 顶夸克应该贡献最大，但是由于 $|V_{cd}V_{cs}^*|^2 \sim |V_{ud}V_{us}^*|^2 \gg |V_{td}V_{ts}^*|^2$ ，所以内费米线为粲夸克的贡献也会很大。另外30%的贡献来自于“非微扰”的长距离贡献，并且难于准确计算。

♣ 对 $\Delta\Gamma_K$ ，对其最主要的贡献来自于“非微扰”的长程效应。实验测量数据为：

$$\Delta\Gamma_K = \Gamma(K_L) - \Gamma(K_S) = -7.4 \cdot 10^{-15} \text{GeV}$$

近似的有 $\Delta\Gamma_K \approx -2\Delta M_K$ 。

♣ 我们需要4个参数(两个振幅，两个相角)来描写 $K_L \rightarrow \pi\pi$ 过程的CP破坏，1个参数来描写 K_L 的半轻子衰变过程的CP破坏[151]:

$$\begin{aligned}\eta_{+-} &= \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{+-}}, \\ \eta_{00} &= \frac{\mathcal{A}(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{\mathcal{A}(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}}, \\ \delta_L &= \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^-l^+\nu) - \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu})}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^-l^+\nu) + \Gamma(K_L \rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu})},\end{aligned}$$

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 忽略非常小的参数平方项： $|\bar{\epsilon}|^2$ ， $|\epsilon|^2$ 和 $|\epsilon'|^2$ 项，可以把CP破坏物理可观测量 $(\eta_{+-}, \eta_{00}, \delta_L)$ 表示为参数 ϵ 和 ϵ' 的函数[1,151]:

$$\begin{aligned}\eta_{+-} &= \epsilon + \frac{\epsilon'}{1 + \omega/\sqrt{2}} \approx \epsilon + \epsilon', \\ \eta_{00} &= \epsilon - \frac{2\epsilon'}{1 - \sqrt{\omega}} \approx \epsilon - 2\epsilon', \\ \epsilon &= \bar{\epsilon} + i \frac{\text{Im}(A_0)}{\text{Re}(A_0)}, \\ \epsilon' &= \frac{i}{\sqrt{2}} \delta^{i(\delta_2 - \delta_0)} \frac{\text{Re}(A_2)}{\text{Re}(A_0)} \left[\frac{\text{Im}A_2}{\text{Re}A_2} - \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \right], \\ \delta_L &= \frac{2\text{Re}(\epsilon)}{1 + |\epsilon|^2} \approx 2\text{Re}(\epsilon).\end{aligned}$$

其中 $\omega = \text{Re}(A_2)/\text{Re}(A_0) \approx 0.045$.

♣ 由于 2π 末态的CP为偶， 3π 末态的CP为奇，所以 K_S 主要衰变到 2π 末态(> 99%)， K_L 主要衰变到 3π 末态(> 99%):

$$K_S \rightarrow 2\pi \text{ (via } K_1), \quad K_L \rightarrow 3\pi \text{ (via } K_2).$$

这种差异导致 K_L 和 K_S 的寿命相差572倍。

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 由于 K_L 和 K_S 不是CP本征态, 所以 $K_S(K_L)$ 还可以衰变到 $3\pi(2\pi)$ 末态, 当然这种CP破坏过程的分支比很小:

$$K_L \rightarrow 2\pi \text{ (via } K_1), \quad K_S \rightarrow 3\pi \text{ (via } K_2).$$

这种CP破坏来源于 $K^0 - \bar{K}^0$ 的混合, 称之为由混合引起的间接CP破坏
 的 ϵ 描写间接CP破坏, ϵ' 描写直接CP破坏($A \neq \bar{A}$) [1,151],

$$\epsilon = \frac{A(K_L \rightarrow (\pi\pi)_{I=0})}{A(K_S \rightarrow (\pi\pi)_{I=0})},$$

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im} \left(\frac{A_2}{A_0} \right) e^{i\Phi}, \quad \Phi = \pi/2 + \delta_2 - \delta_0.$$

图-10.3是 $K_L \rightarrow \pi\pi$ 衰变过程中的直接和间接CP破坏示意图。

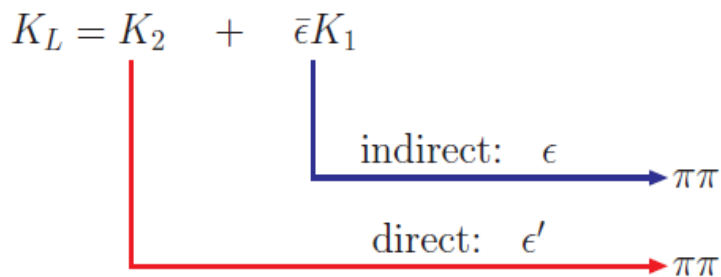


Figure: 10.3 $K_L \rightarrow \pi\pi$ 衰变过程中的直接和间接CP破坏示意图。

2. K介子系统的混合与CP破坏

η_{+-}, η_{00} 及中性K介子系统中的直接CP破坏

t 时刻中性 K 介子态可以表示为,

$$\Psi(t) = a_S e^{-i\lambda_S t} |K_S(0)\rangle + a_L e^{-i\lambda_L t} |K_L(0)\rangle.$$

设它衰变到某一个确定的 CP 本征态 $|C\rangle$, 衰变振幅为,

$$\begin{aligned} A(t) &= \langle C | H_{wk} | \Psi(t) \rangle = a_S e^{-i\lambda_S t} \langle C | H_{wk} | K_S(0) \rangle \\ &+ a_L e^{-i\lambda_L t} \langle C | H_{wk} | K_L(0) \rangle, \end{aligned}$$

因此不难由 $|A(t)|^2$ 求得其衰变几率. 可以定义,

$$e^{-i\phi_c} = \frac{\langle C | H_{wk} | K_L \rangle^* \langle C | H_{wk} | K_S \rangle}{|\langle C | H_{wk} | K_L \rangle^* \langle C | H_{wk} | K_S \rangle|}.$$

它反映了 K_L 和 K_S 衰变振幅之间的干涉. 容易证明,

$$\eta_c \equiv \frac{\langle C | H_{wk} | K_L \rangle}{\langle C | H_{wk} | K_S \rangle} = |\eta_c| e^{i\phi_c}.$$

这是一个实验上可观测的量。振幅和相角都和 CPT 或任何别的对称性无关，可以独立地测定。

2. K介子系统的混合与CP破坏

实验上由于 K_L 和 K_S 的寿命相差较大，因此在大于 $\tau c = 2.509\text{cm}$ 的地方，短寿命的 K_S 应该都衰变完了，只剩下了长寿命的 K_L ，这时若发现有到两个 π 的衰变就意味着 CP 的破坏。1964 年克里斯坦森等人首先测得了，

$$\eta_{+-} \equiv \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H_{wk} | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H_{wk} | K_S \rangle} = |\eta_{+-}| e^{i\phi_{\pm}},$$
$$|\eta_{+-}| = (2.274 \pm 0.022) \times 10^{-3}, \quad \phi_{\pm} = 44.6^\circ \pm 1.2^\circ.$$

稍后人们又测量了，

$$\eta_{00} \equiv \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H_{wk} | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H_{wk} | K_S \rangle} = |\eta_{00}| e^{i\phi_{00}},$$
$$|\eta_{00}| = (2.33 \pm 0.08) \times 10^{-3}, \quad \phi_{00} = 54^\circ \pm 5^\circ.$$

2. K介子系统的混合与CP破坏

下面来推导 η_{+-} 和 η_{00} 的表达式。由于玻色统计的限制，两个 π 介子只能处在同位旋 $I = 0$ 和 $I = 2$ 的态，而不能处在 $I = 1$ 的态，

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1}{2}}(|\pi^+\pi^- \rangle + |\pi^-\pi^+ \rangle) &= \sqrt{\frac{1}{3}}(\sqrt{2}|2\pi, I=0 \rangle + |2\pi, I=2 \rangle) \\ |\pi^0\pi^0 \rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}(|2\pi, I=0 \rangle - \sqrt{2}|2\pi, I=2 \rangle)\end{aligned}$$

因此若定义，

$$\begin{aligned}\langle 2\pi, I | H_{wk} | K^0 \rangle &= A_I e^{i\delta_I} = |A_I| e^{i(\delta_I + \theta_I)}, \\ \langle 2\pi, I | H_{wk} | \bar{K}^0 \rangle &= A_I^* e^{i\delta_I} = |A_I| e^{i(\delta_I - \theta_I)},\end{aligned}$$

δ_I 是在静止坐标系中相应的 2π 末态强相互作用同位旋振幅相移， θ_I 是同位旋振幅 A_I 的弱相移因子。 不难求得，

$$\eta_{+-} = \frac{(\sqrt{2}A_0 + A_2 e^{i\Delta}) - \hat{\eta}(\sqrt{2}A_0^* + A_2^* e^{i\Delta})}{(\sqrt{2}A_0 + A_2 e^{i\Delta}) + \hat{\eta}(\sqrt{2}A_0^* + A_2^* e^{i\Delta})},$$

其中 $\Delta = \delta_2 - \delta_0$ 。通过运算忽略掉高阶的小量则可以得到，

$$\eta_{+-} = \epsilon + \epsilon' / (1 + \omega / \sqrt{2}) \simeq \epsilon + \epsilon',$$

$$\begin{aligned}\epsilon &= \tilde{\epsilon} + i \frac{\Im A_0}{\Re A_0}, \\ \epsilon' &= \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{\Im A_2}{\Re A_2} - \frac{\Im A_0}{\Re A_0} \right) \omega, \\ \omega &= \left(\frac{\Re A_2}{\Re A_0} \right) e^{i\Delta}.\end{aligned}$$

2. K介子系统的混合与CP破坏

同样的计算可以得到 η_{00} 的表达式,

$$\eta_{00} = \epsilon - 2\epsilon'/(1 - \sqrt{2}\omega) \simeq \epsilon - 2\epsilon'.$$

需要指出的是上面的表达式是和相角的约定规则无关的。如果采用一种特殊的相角约定, 要求 A_0 是实的, 那么

$$\begin{aligned}\epsilon &= \tilde{\epsilon}, \\ \epsilon' &= (i/\sqrt{2})|A_2/A_0| \sin \theta_2 e^{i\Delta}, \\ \omega &= |A_2/A_0| \cos \theta_2 e^{i\Delta}.\end{aligned}$$

它们都依赖于 A_2 振幅的弱相角。由于 ϵ' 只和同位旋振幅有关, 不含混合参数 $\tilde{\epsilon}$, 所以 $\epsilon' \neq 0$ 就表征了过程中的直接 CP 破坏效应。

2. K介子系统的混合与CP破坏

从这些表达式不难看出，在 η_{+-} 和 η_{00} 中不仅含有来自混合 ($|q/p| \neq 1$) 和衰变 ($|\bar{A}_{ij}/A_{ij}| \neq 1$) 的 CP 破坏信息，也含有来自混合与衰变的干涉效应中 ($\Lambda = \frac{q}{p} \cdot \frac{\bar{A}_{ij}}{A_{ij}}$) 的 CP 破坏信息。 ϵ 和 ϵ' 可以通过 η_{+-} 和 η_{00} 表示为，

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{1}{3}(2\eta_{+-} + \eta_{00}), \\ \epsilon' &= \frac{1}{3}(\eta_{+-} - \eta_{00}).\end{aligned}$$

实验上的可观测量是 $\Re(\epsilon'/\epsilon)$ ，

$$\Re\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon}\right) \approx \frac{1}{6} \left[\frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)/\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)/\Gamma(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} - 1 \right].$$

在标准模型的框架内，根据 CKM 矩阵元理论上预期这种效应应该比较小，在 10^{-3} 量级以下。例如 1997 年丘基尼 (M. Ciuchini) 计算得到的值为： $(4.6 \pm 3.0) \times 10^{-4}$ ，1999 年伯拉斯 (A. J. Buras) 给出 $(8.5 \pm 5.9) \times 10^{-4}$ 。计算结果对输入参数和估计强相互作用矩阵元的方法敏感，因此若想给出非常精确的计算是

2. K介子系统的混合与CP破坏

困难的。目前实验测量的状况是：1993年美国费米实验室 E731 实验组的结果为 $\Re(\epsilon'/\epsilon) = (7.4 \pm 5.9) \times 10^{-4}$ ，西欧核子研究中心的 NA31 实验组则在同一年给出 $\Re(\epsilon'/\epsilon) = (23 \pm 6.5) \times 10^{-4}$ ，两者符合不甚好。1999年工作在 Tevatron 强子对撞机上的 KTeV (Kaon at Tevatron) 实验组给出了最新的测量结果：

$$\Re(\epsilon'/\epsilon) = (28.0 \pm 3.0(\text{统计}) \pm 2.8(\text{系统})) \times 10^{-4} = (28.0 \pm 4.1) \times 10^{-4}. \quad (6.80)$$

和 NA31 组的结果相近，精度更高。实验结果和标准模型理论相符，同时表明沃尔芬斯泰因 (Lincoln Wolfenstein) 的超弱相互作用理论模型不是 K 介子系统中 CP 破坏的唯一来源，因为该模型预言了 $\epsilon' = 0$ ，这正是该实验结果的重要性所在。

2. K介子系统的混合与CP破坏

♣ 对K介子系统，K介子的半轻子三体稀有衰变过程 $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ ，纯轻子稀有衰变过程 $K_{L,S} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ， $K^\pm \rightarrow l^\pm \nu_l$ 以及轻子数改变的 $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ e^-$ 等过程，在理论上都比较干净，对新粒子的圈图贡献又敏感，是标准模型精确检验和新物理探索的重要研究领域。

- (1) 这些过程是非常稀有的圈图过程，其分支比的标准模型理论预言值在 10^{-10} 甚至更小的量级。例如

$$\begin{aligned} Br(K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu})^{\text{SM}} &= (0.26 \pm 0.04) \times 10^{-10}, \\ Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu})^{\text{SM}} &= (0.85 \pm 0.07) \times 10^{-10}. \end{aligned}$$

- (2) $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ 半轻子衰变道是理论上非常干净的衰变道。对 $K_L \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}$ ，非微扰贡献小于1%，理论误差约为2%。对 $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ ，非微扰贡献约为10%，理论误差约为4%。新物理粒子可以通过圈图对此类过程给出较大的贡献，这些过程是探索新物理信号的非常敏感渠道。
- (3) 如图-10.4所示，对 $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ 的实验测量已经做了46年，各种相关实验不断取得进展，实验上限不断降低，但目前的实验测量数据

$$Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}) = (1.7 \pm 1.1) \times 10^{-10}.$$

只能解释为我们仍然没有测量到这个衰变道，关键是这样的极稀有衰变过程的事例采集太慢了。以NA62实验组为例，每2年才能采集大约100个 $K^+ \rightarrow \pi^+$ 跃迁，信噪比 $S/B \sim 5$ 。

2. K介子系统的混合与CP破坏

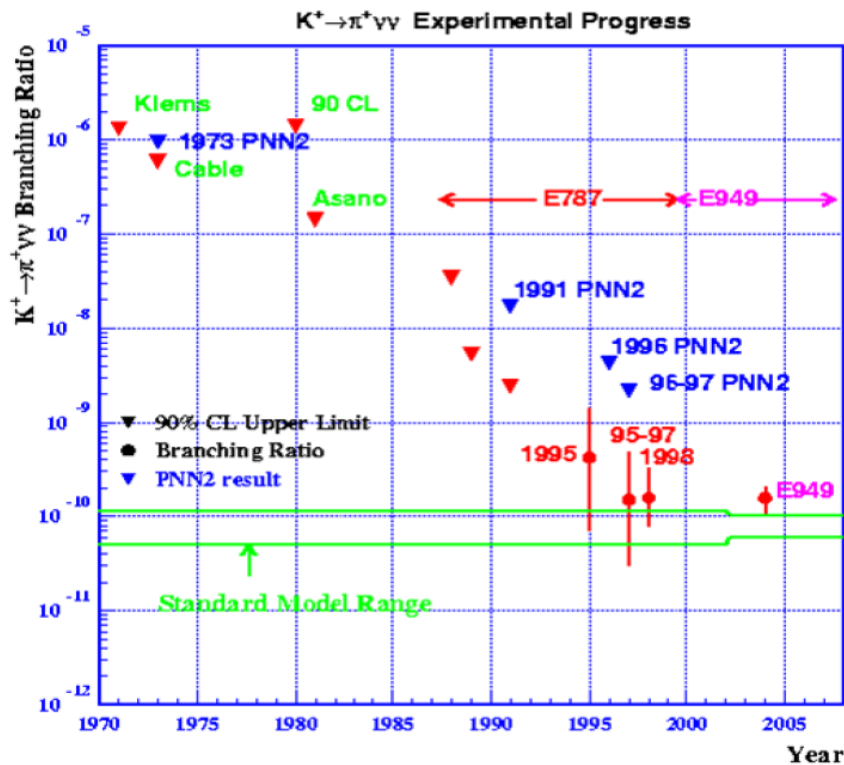


Figure: 10.4 1969年以来各个实验组对 $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ 衰变分支比的实验测量结果。

2. K介子系统的混合与CP破坏

- (4) 对纯轻子稀有衰变过程 $K_S \rightarrow \mu^+ \mu^-$, LHCb实验可以有所作为。对LHCb实验组, 每 1 fb^{-1} 的数据量意味着 $\sim 10^{13}$ 个 K_S 产生事例, 其中的40%将在LHCb的“顶角探测区域”(VELO)衰变。实际上LHCb实验也是一个K介子工厂。目前的标准模型理论预言值和LHCb实验上限分别为

$$\begin{aligned} Br(K_S \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{\text{SM}} &= (5.9 \pm 1.5) \times 10^{-12}, \\ Br(K_S \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{\text{Exp}} &< 9 \times 10^{-9} (90\% \text{ CL}). \end{aligned}$$

另外对于 K_L 的味道改变中性流过程, 理论实验符合的很好, 目前没有新物理信号的迹象

$$\begin{aligned} Br(K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{\text{SM}} &= (6.81 \pm 0.32) \times 10^{-9}, \\ Br(K_L \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{\text{Exp}} &= (6.84 \pm 0.11) \times 10^{-9}. \end{aligned}$$

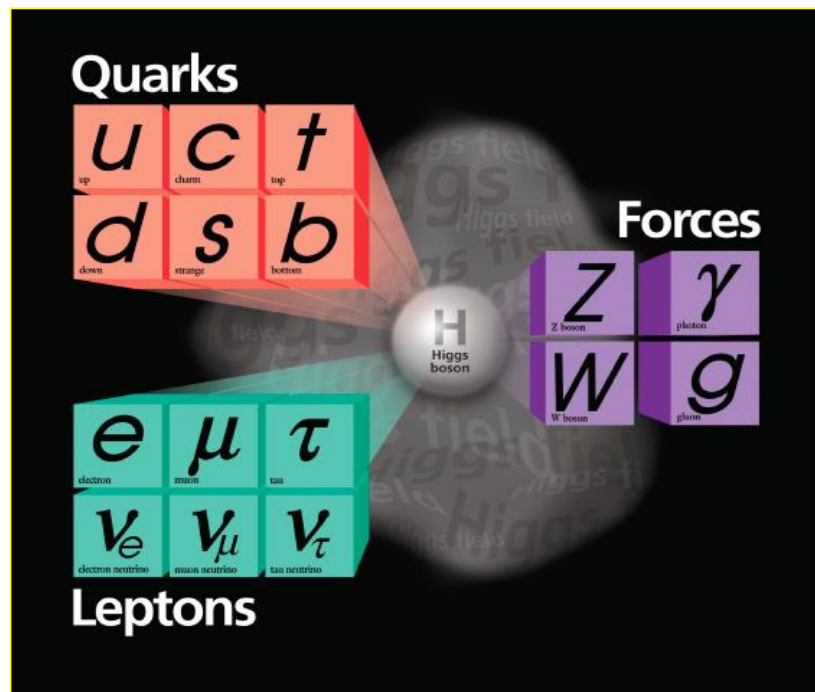
2. K介子系统的混合与CP破坏

- (5) 在最小标准模型中，轻子数按照不同代分别守恒。许多实验对轻子味道改变或者轻子数改变的K介子半轻子衰变过程做了研究。到目前为止，没有发现此类过程，并对相关过程的分支比给出了许多限制，见表-10.1。

Table: 10.1 目前各个实验对部分轻子味道改变(LFV)轻子数改变(LNV)的K介子衰变过程分支比给出的实验限制。

Mode	Phys.Interest	UL(90% CL)	Experiment
$K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ e^-$	LFV	$< 1.3 \times 10^{-11}$	BNL E777/E865
$K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^- e^+$	LFV	$< 5.2 \times 10^{-10}$	BNL E865
$K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ e^+$	LFNV: $\Delta L_\mu = \Delta L_e = -1$	$< 5.0 \times 10^{-10}$	BNL E865
$K^+ \rightarrow \pi^- e^+ e^+$	LNV: $ \Delta L_e = 2$	$< 6.4 \times 10^{-10}$	BNL E865
$K^+ \rightarrow \pi^- \mu^+ \mu^+$	LNV: $ \Delta L_\mu = 2$	$< 1.1 \times 10^{-9}$	NA48/2
$K^+ \rightarrow \mu^- \nu_\mu e^+ e^+$	LNV: $ \Delta L_e = 2$ or LFV	$< 2.8 \times 10^{-8}$	Geneva-Saclay
$K^+ \rightarrow e^- \nu_e \mu^+ \mu^+$	LNV: $ \Delta L_\mu = 2$ or LFV	No data	

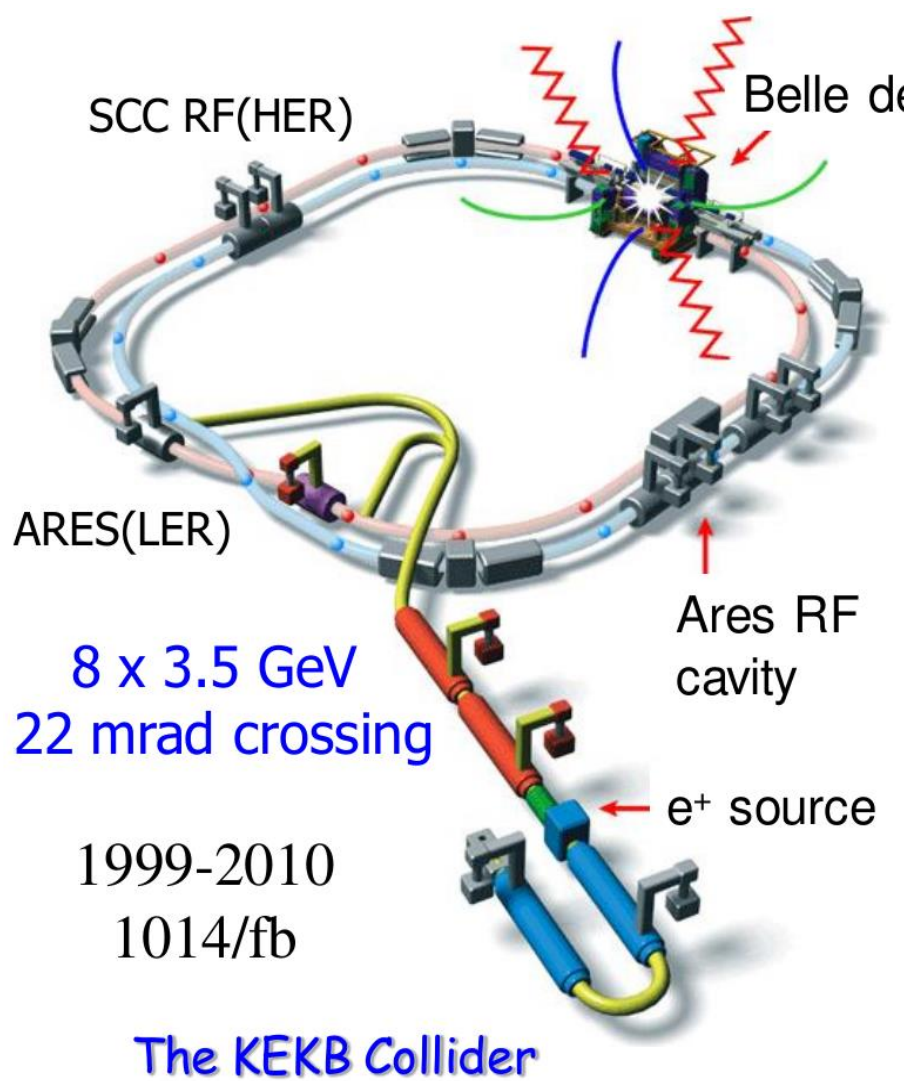
3. B介子系统的混合与CP破坏



♣ 1999年，美国SLAC和日本KEK的两个B介子工厂实验投入运行，B介子物理研究进入黄金时代。2003年BaBar和Belle确认发现了B介子系统的直接CP破坏，直接促成提出 3×3 的CKM夸克混合矩阵的两位日本物理学家M. Kobayashi和T. Maskawa获得2008年度的诺贝尔物理奖。

♣ 在整个运行时间段，BaBar实验组(1999-2008)在 $\Upsilon(4s)$ 采集了 471×10^6 $B\bar{B}$ 对产生和衰变事例。Belle实验组(1999-2010)在 $\Upsilon(4s)$ 采集了 772×10^6 $B\bar{B}$ 对产生和衰变事例，在 $\Upsilon(5s)$ 采集了 7.1×10^6 $B_s\bar{B}_s$ 对产生和衰变事例。

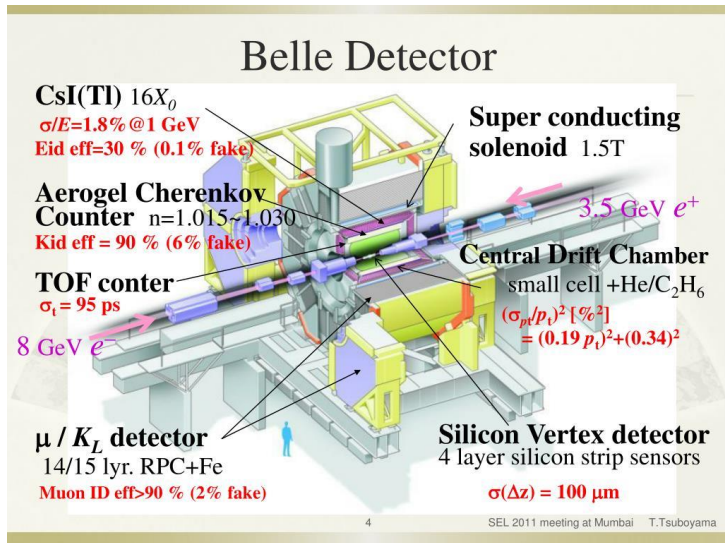
KEKB/Belle 实验



World record:
 $L = 2.1 \times 10^{34}/\text{cm}^2/\text{sec}$



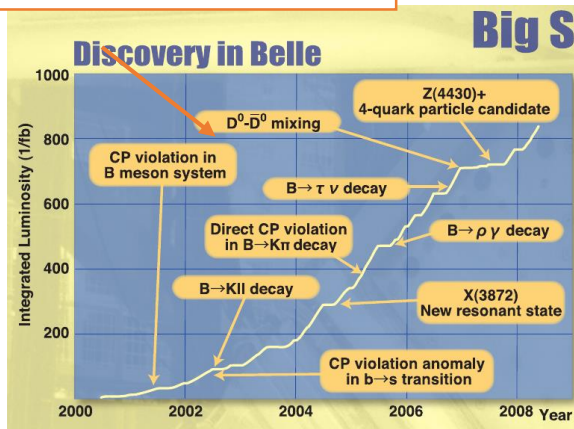
KEKB/Belle 实验



Luminosity at B Factories (1999-2010)



Contributions from USTC



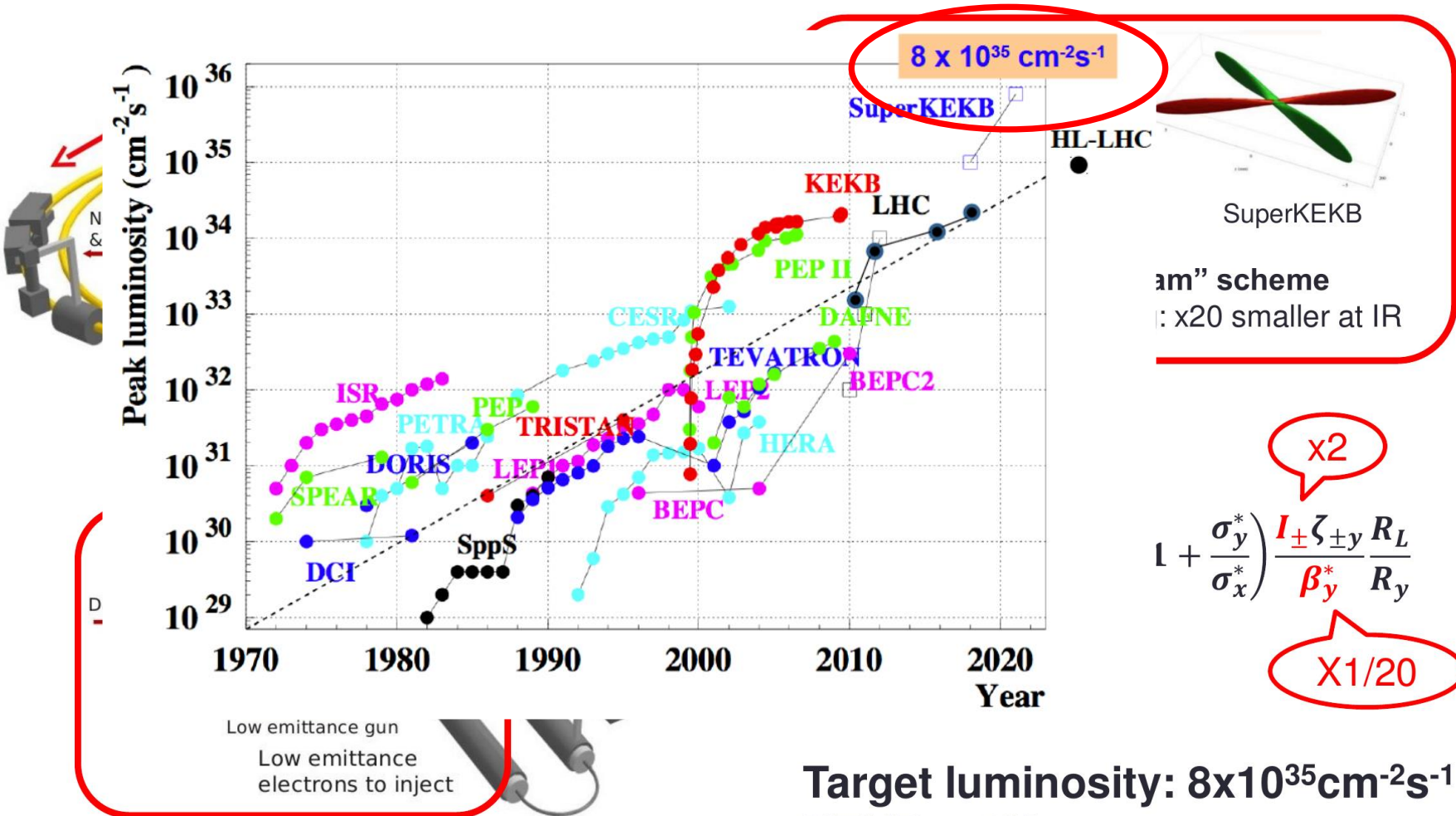
Big Success in KEB & Belle

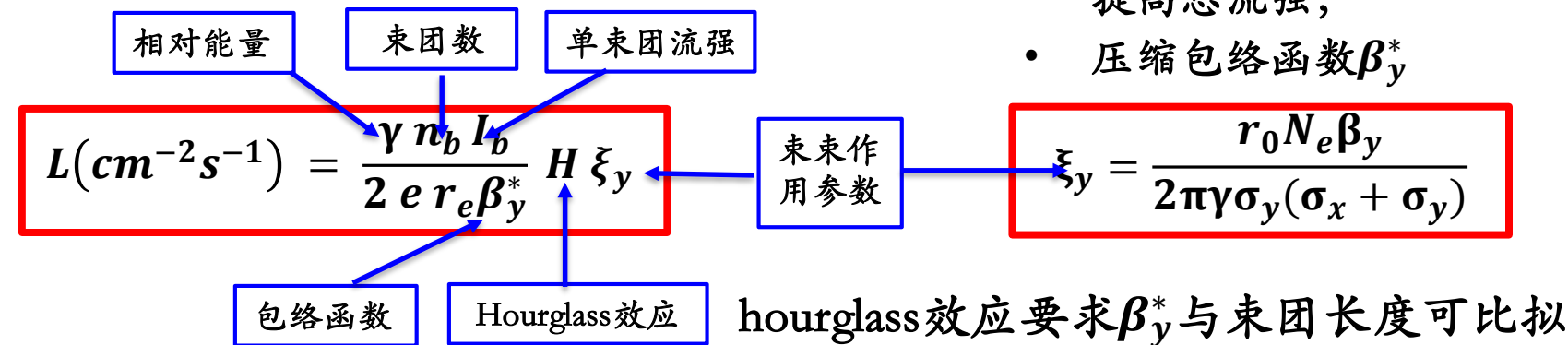
2008 Nobel Prize



Belle results elucidates puzzle in matter & anti-matter in B meson system is explained by KM theory. This leads to the 2008 Nobel Prize in Physics for Profs. Kobayashi and Maskawa.

Super-KEKB/Belle II 实验



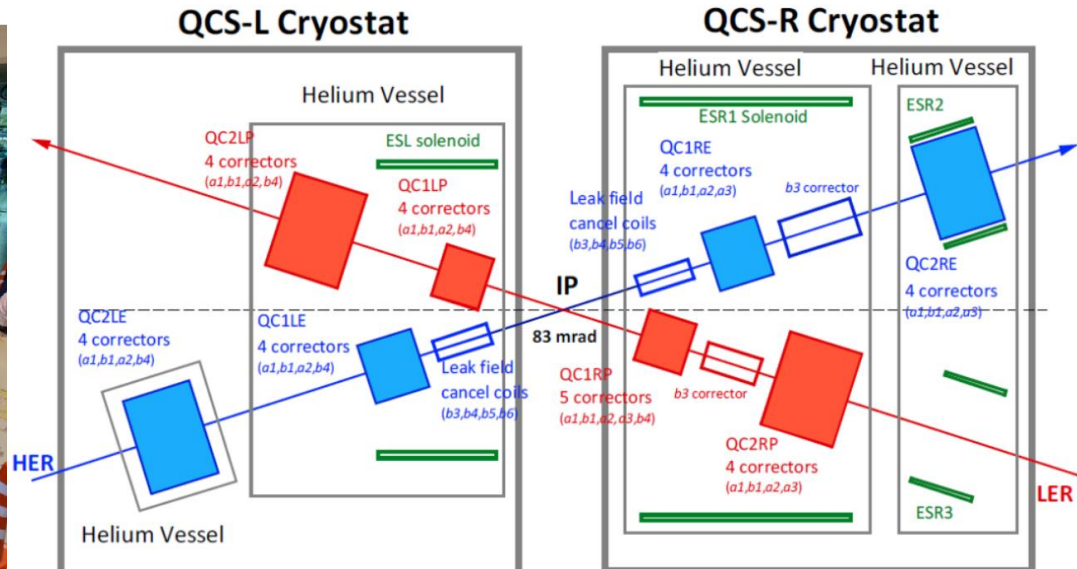
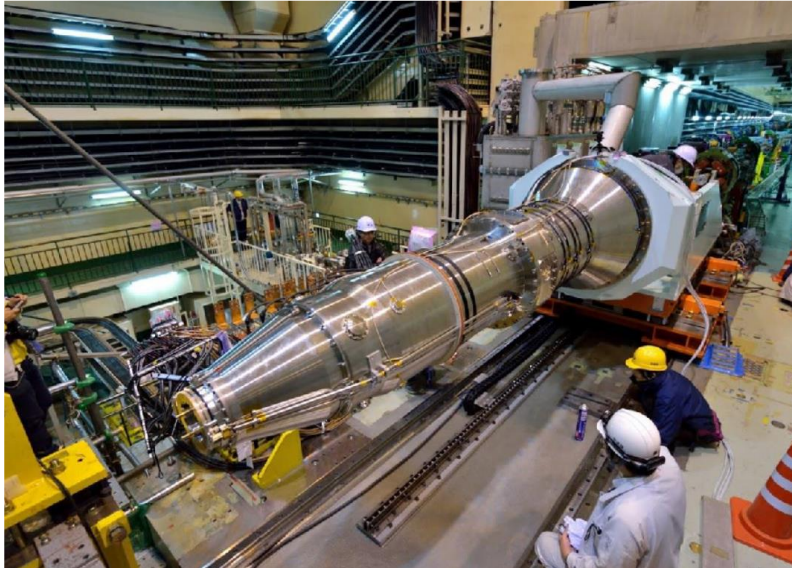


- 提高总流强;
- 压缩包络函数 β_y^*

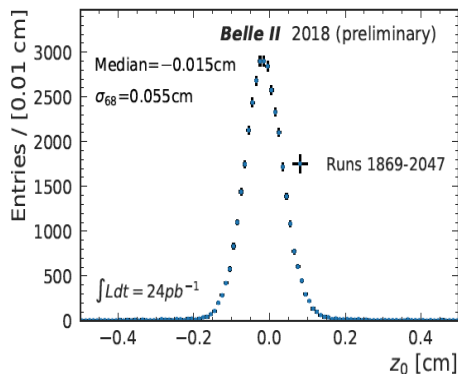
“超级粒子工厂”：受集体效应限制，增加流强很难改善亮度，进一步压缩 β_y^* 到亚毫米量级唯一可能

SuperKEKB/Belle-II 实验

The final focus: Key of achieving the goal of $0.8 \times 10^{36} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$



The superconducting final focus system



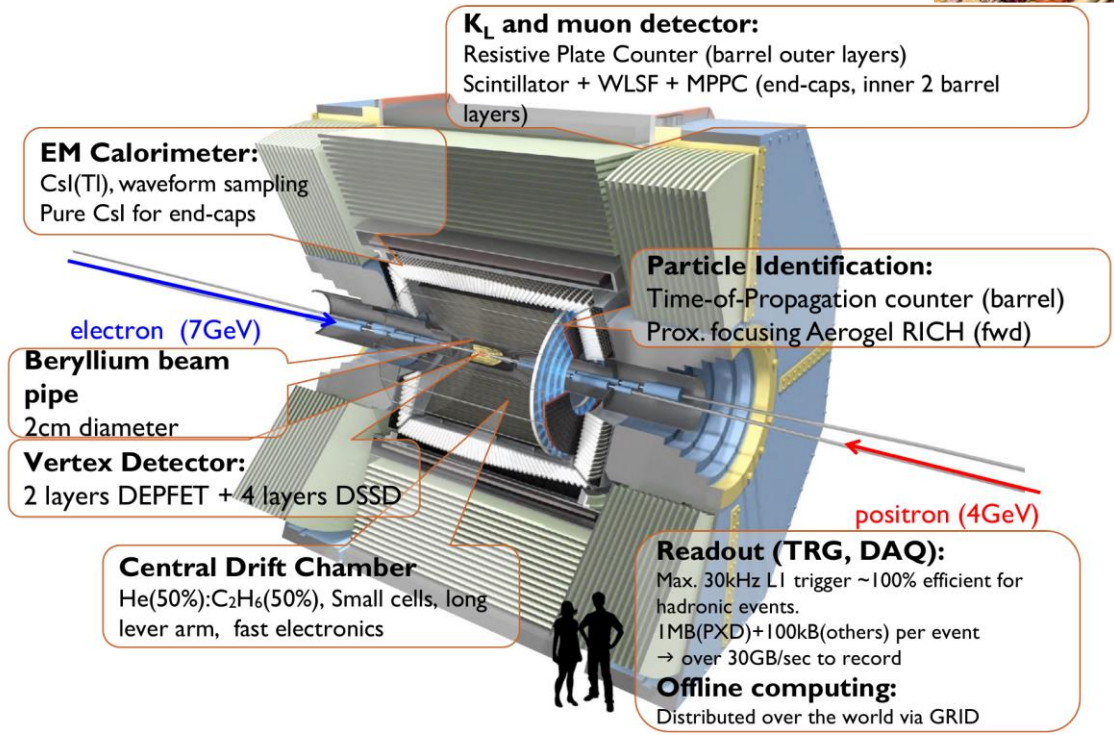
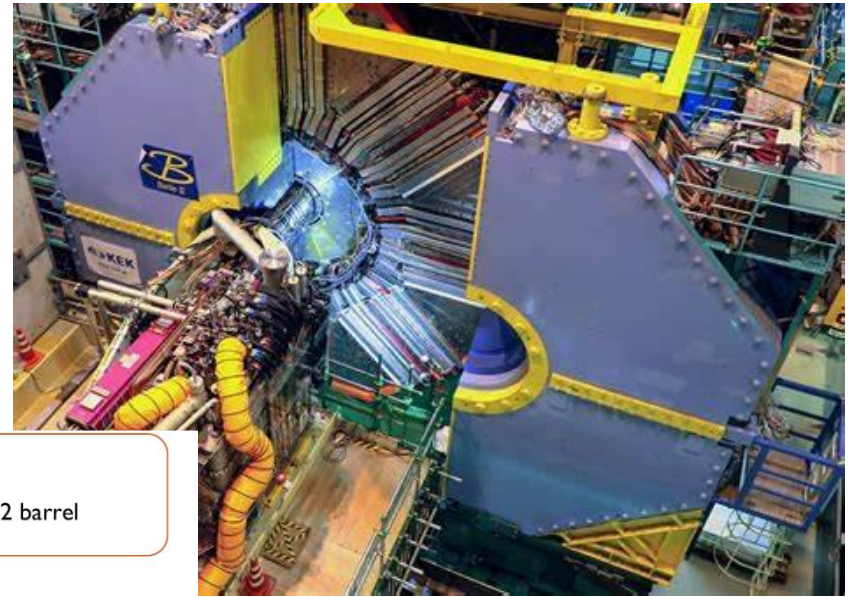
the effective bunch length is **reduced** from 10 mm (KEKB) to 0.5 mm (SuperKEKB).

- KEB performance: $\beta_y^* = 5.9 \text{ mm}$
- SuperKEKB design: $\beta_y^* = 0.3 \text{ mm}$

$3.91 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ has been achieved, and $\sim 0.5 \text{ ab}^{-1}$ data have been taken. Hopefully to get $1.0 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ in 2022 or early 2023.

SuperKEKB/Belle-II 实验

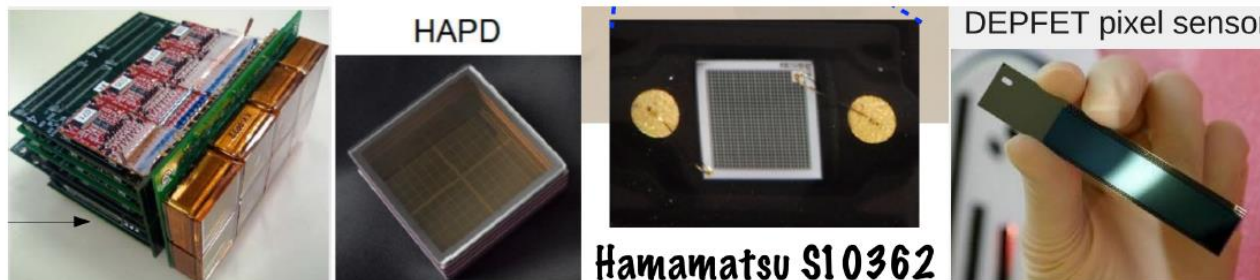
$H = 7.1m,$
 $L = 7.4m,$
 $W = 1400t$



SuperKEKB/Belle-II 实验

Advanced & Innovative Technologies used in Belle II

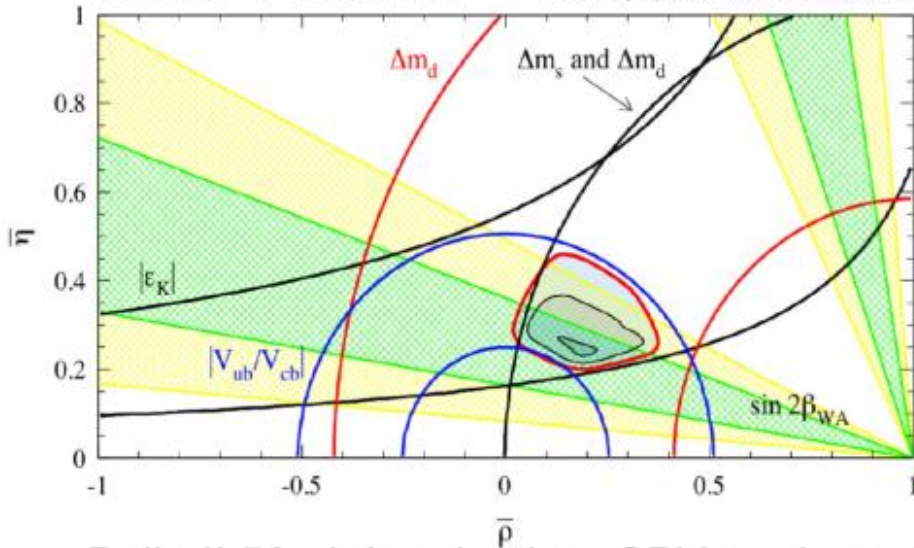
- Pixelated photo-sensors play a central role. **Collaboration with Industry**
 - ① MCP-PMTs in the iTOP
 - ② HAPDs in the ARICH
 - ③ SiPMs in the KLM
 - ④ **DEPFET pixel sensors!**
- Waveform sampling with precise timing. **Front-end custom ASICs (Application Specific Integrated Circuits) for all subsystems.**
 - ① KLM: TARGETX ASIC
 - ② ECL: New waveform sampling backend with good timing
 - ③ TOP: IRSX ASIC
 - ④ ARICH: KEK custom ASIC
 - ⑤ CDC: KEK custom ASIC
 - ⑥ SVD: APV2.5 readout chip adapted from CMS
- DAQ with high performance network switches, large HLT software trigger farm
- **a 21th century HEP experiment.**



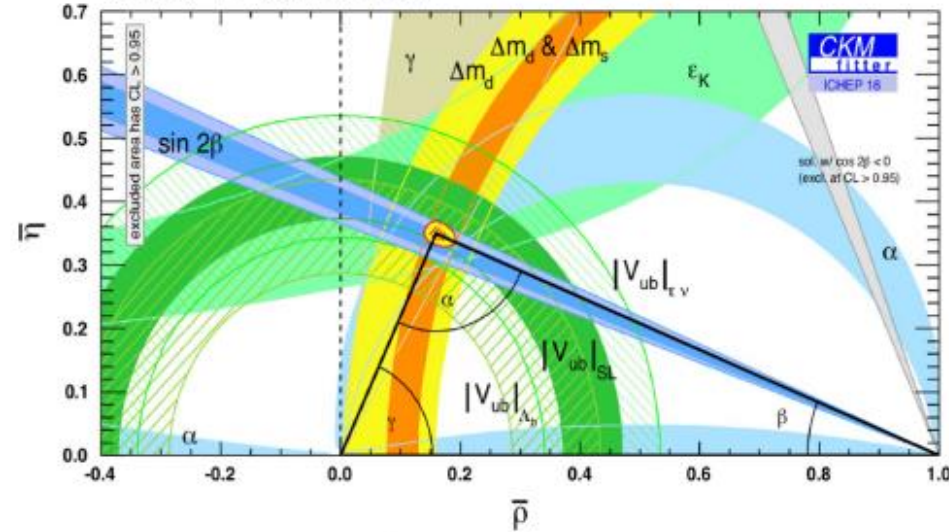
Super-KEKB/Belle-II 实验

I Before B-factories

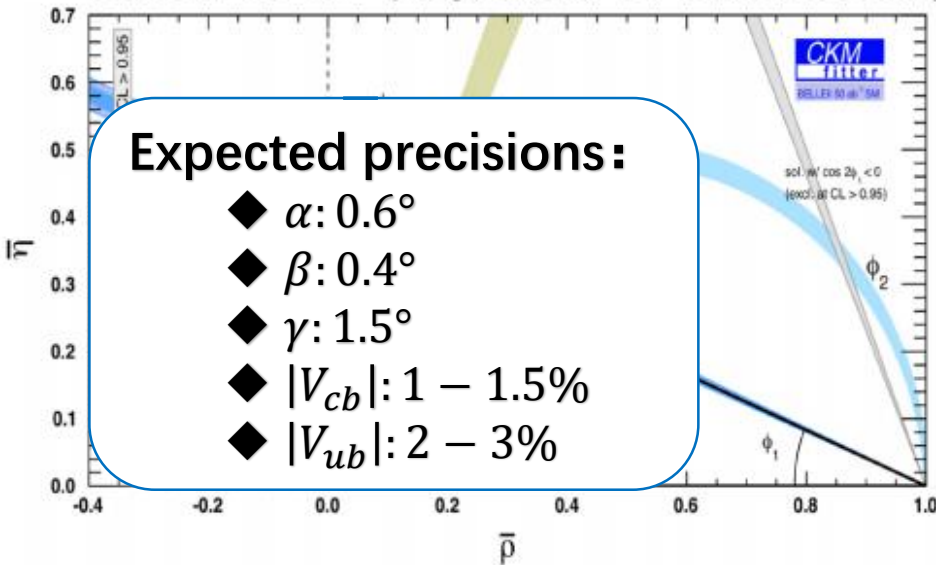
Eur.Phys.J.C21:225-259,2001



After B-factories



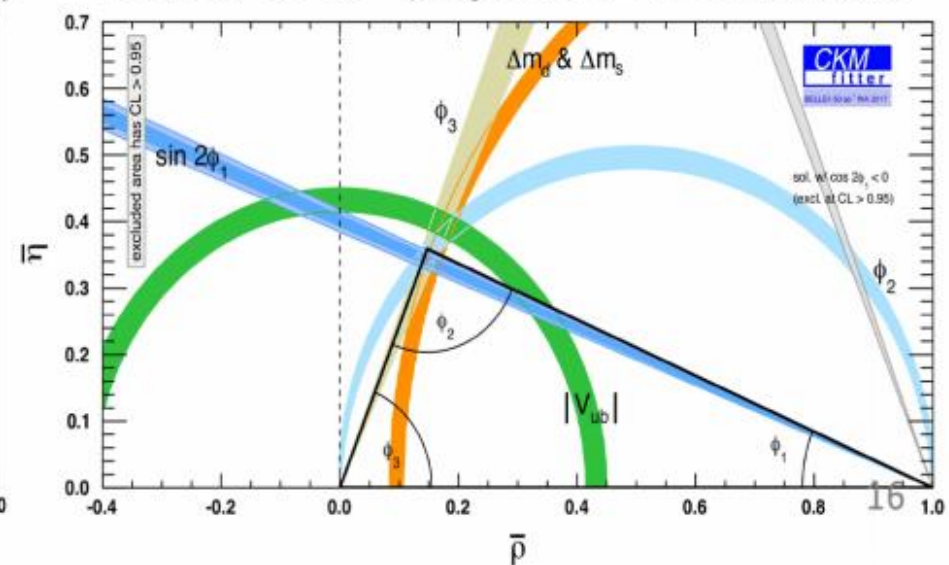
Belle II 50 ab^{-1} projection, CPV modes only



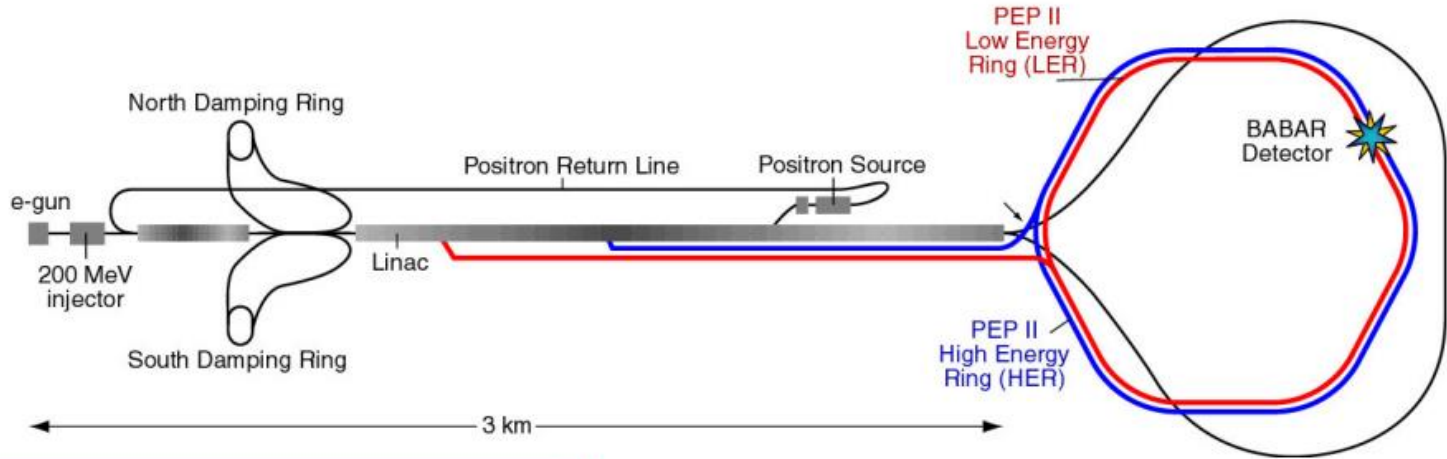
Expected precisions:

- ◆ α : 0.6°
- ◆ β : 0.4°
- ◆ γ : 1.5°
- ◆ $|V_{cb}|$: 1 – 1.5%
- ◆ $|V_{ub}|$: 2 – 3%

Belle II 50 ab^{-1} projection, all constraints

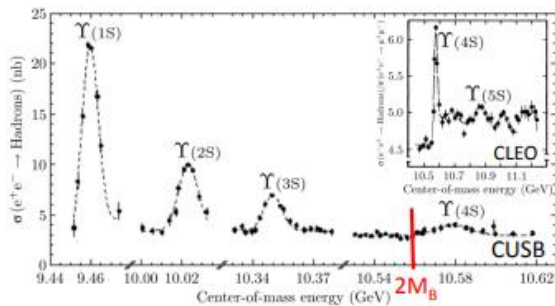


PEP II/Babar 实验

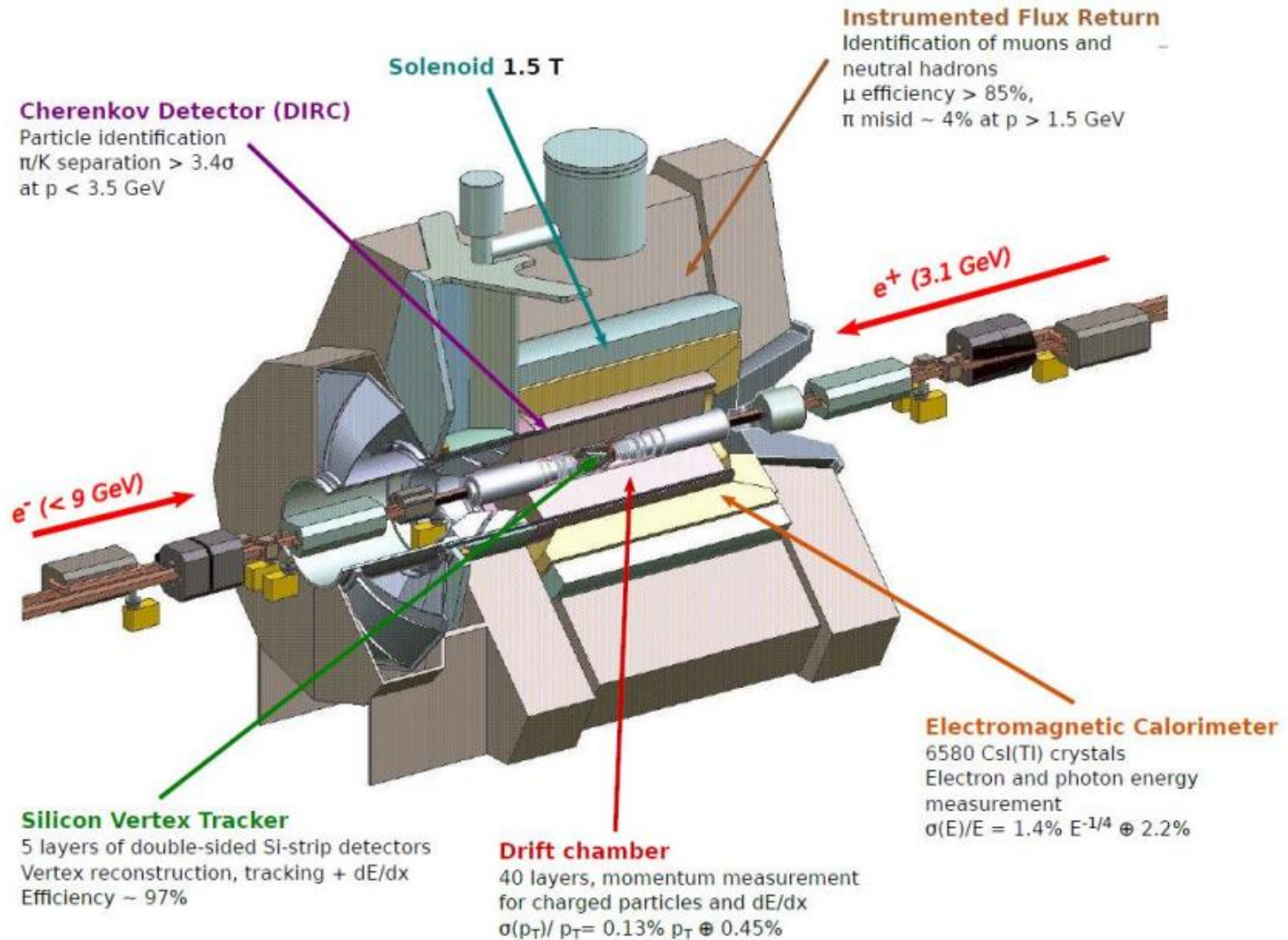


PEP-II

- ▶ 9 GeV e^- on 3.1 GeV e^+
- ▶ $\Upsilon(4S)$ boost: $\beta\gamma = 0.56$



PEP II/Babar 实验

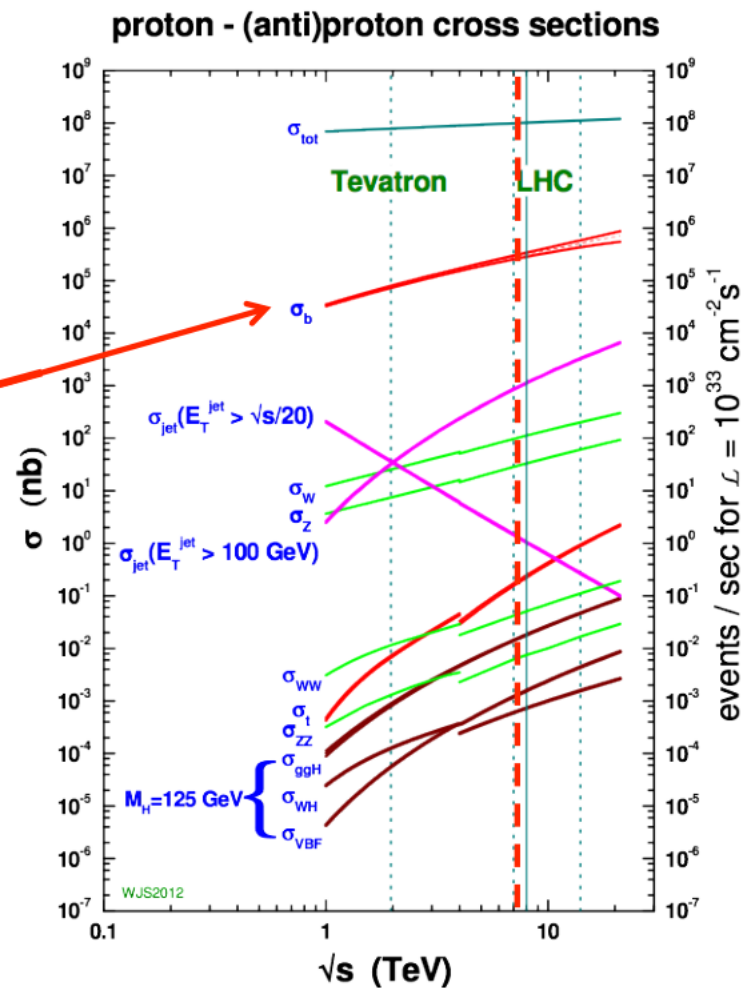


LHC/LHCb 实验

LHCb实验简介

- LHC上研究重味粒子**CP破坏**和**稀有衰变**的专门实验
- 较大的 **$b\bar{b}$** 产生截面
所有类型**B强子**: B^0, B_s, B^\pm, B_c
- 主要物理目标: 间接寻找新物理
- 17个国家, 68个单位, 900多个成员
- 中国单位
清华大学 (2000年加入)
华中师范大学 (2013年加入)

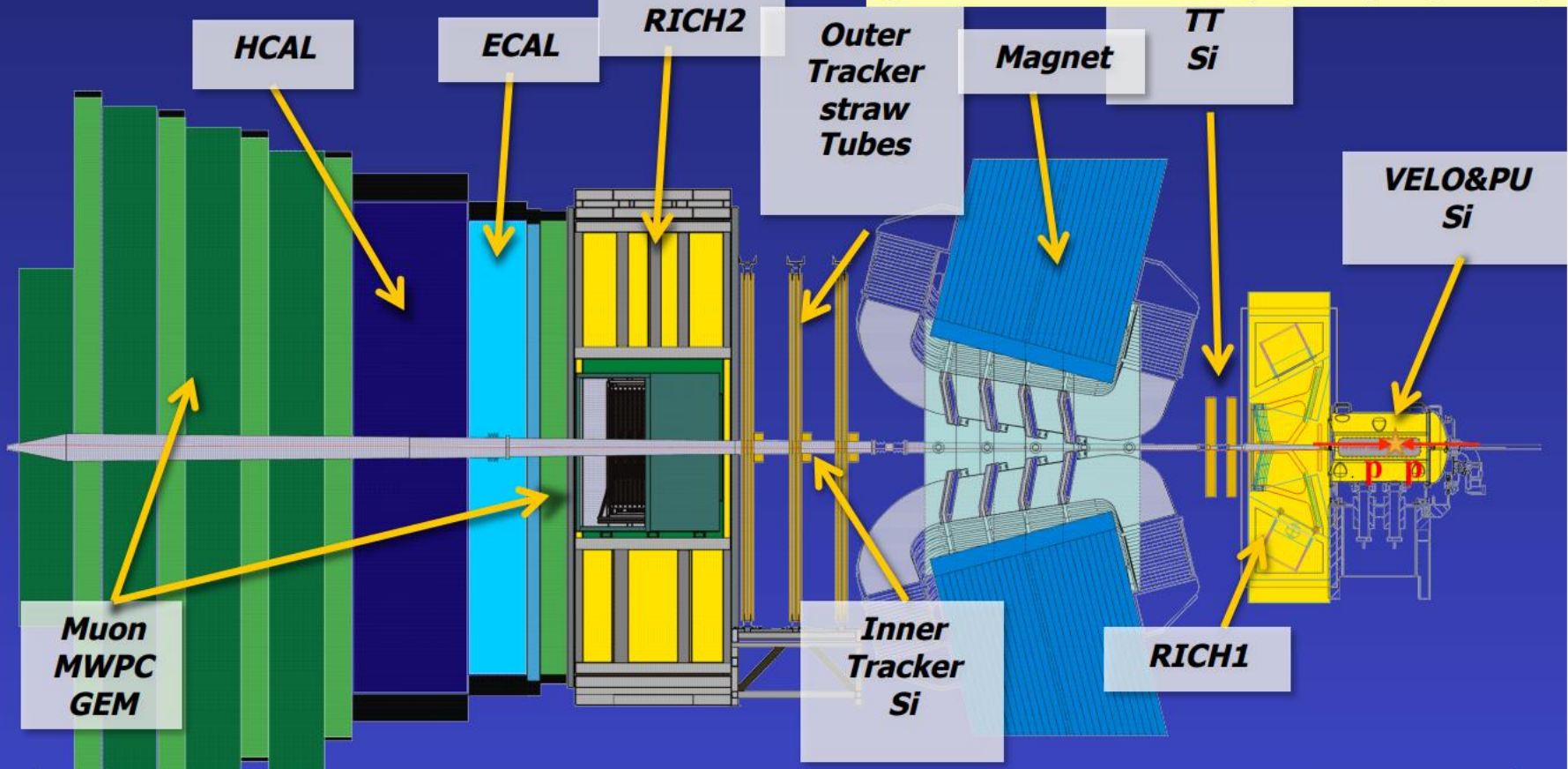
科学院大学
华南师范大学、兰州大学。。。。



LHC/LHCb 实验

LHCb探测器

[The LHCb Detector at the LHC, JINST 3 (2008) S08005]



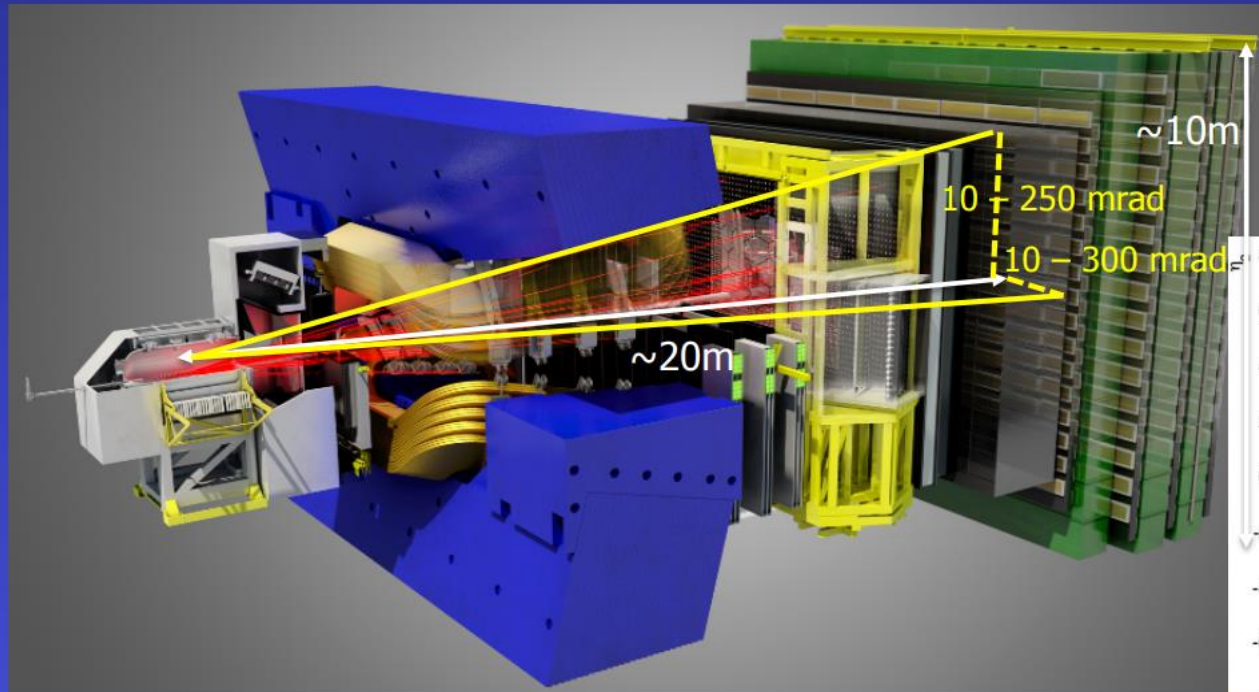
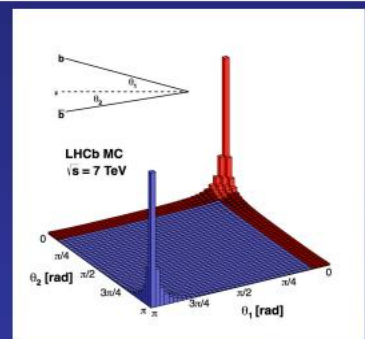
- ❖ Great Vertex Resolution! Primary/secondary separation, proper time resolution.
- ❖ Excellent momentum and mass resolution.
- ❖ Outstanding PID (K-n) and μ reconstruction.
- ❖ Dedicated Trigger system for beauty and charmed hadrons

LHC/LHCb 实验

前向单臂探测器

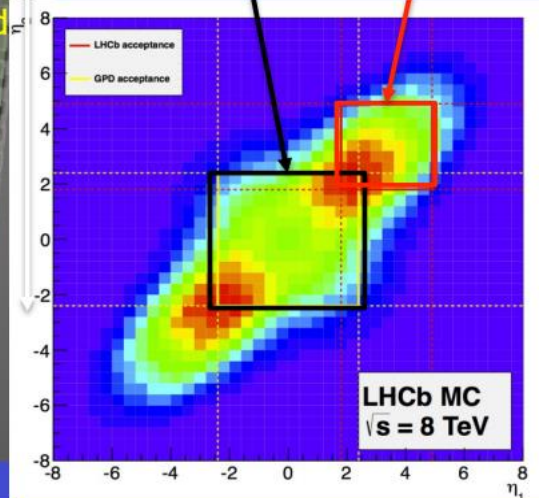
- **Single-arm forward spectrometer**

- Covers $\sim 4\%$ of the solid angle
- Captures $>30\%$ of the heavy quark production cross-section



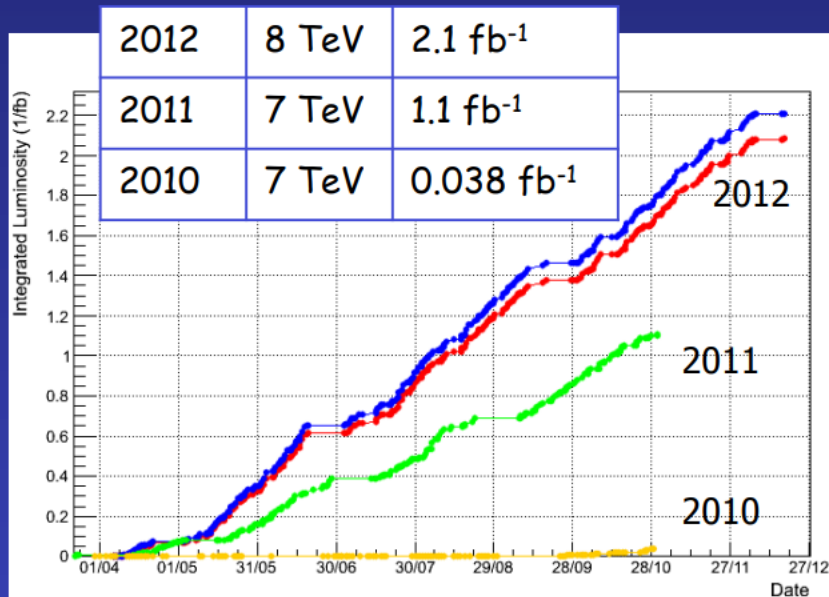
ATLAS & CMS
region $|\eta| < 2.5$

LHCb region
 $2 < \eta < 5$



LHC/LHCb 实验

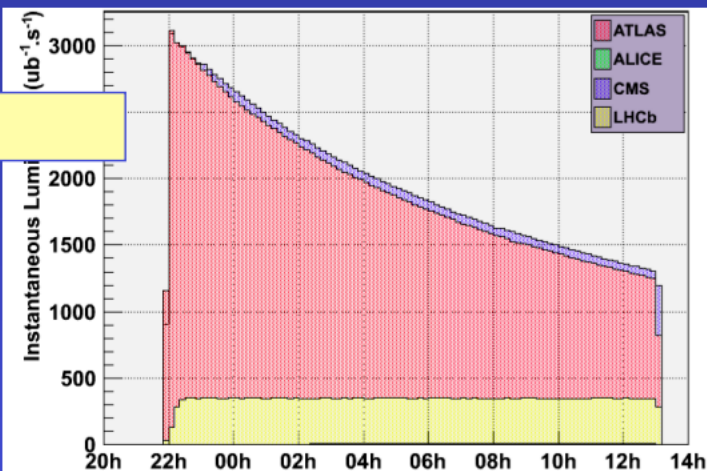
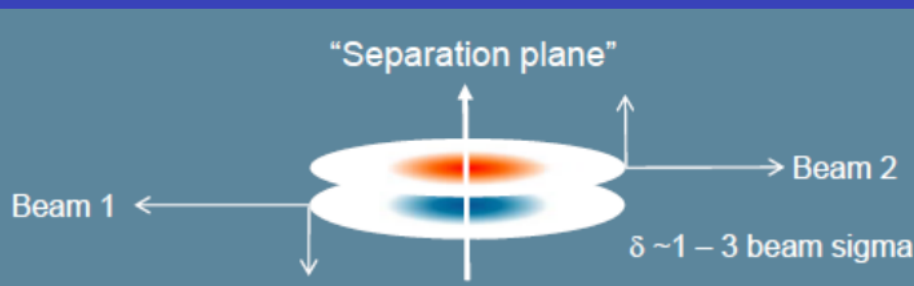
LHCb数据量



• Very successful 2010/11/12 run

- LHCb operated at luminosities up to $L = 4 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
2x design luminosity
- Average # of visible interactions/crossing $\mu = 1.4$ (nominal 0.4)
- Integrated $\int L dt \sim 3 \text{ fb}^{-1}$ on tape
- 91% data taking efficiency, 99% of channels operational
- $\sim 5 \text{ kHz}$ of physics data to tape

Luminosity levelling



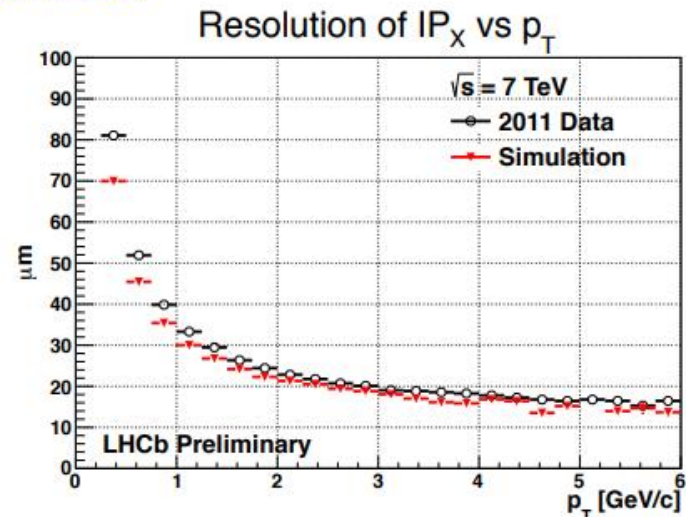
LHC/LHCb 实验

精确的顶点探测

21 silicon strip detector stations, 8 mm from beam

IP resolution of $p_T > 2$ GeV/c tracks: $20 \mu\text{m}$
Typical decay time resolution: ~ 45 fs

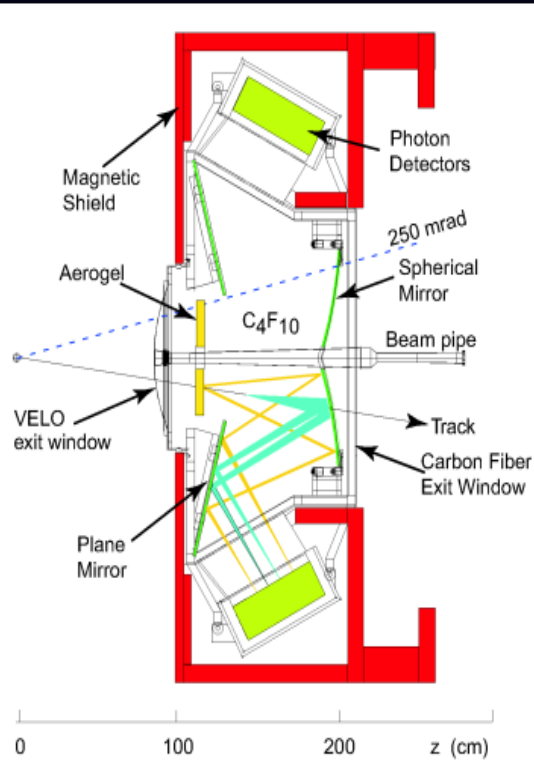
对测量快速震荡的 B_s 时间分布至关重要



LHC/LHCb 实验

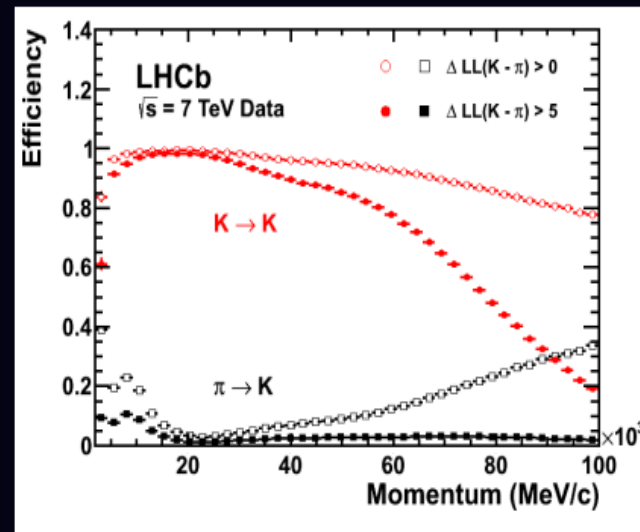
优良的K/ π 分辨

Two Ring Imaging Cherenkov detectors (RICH1, 2)



Good K/ π separation up to 100 GeV

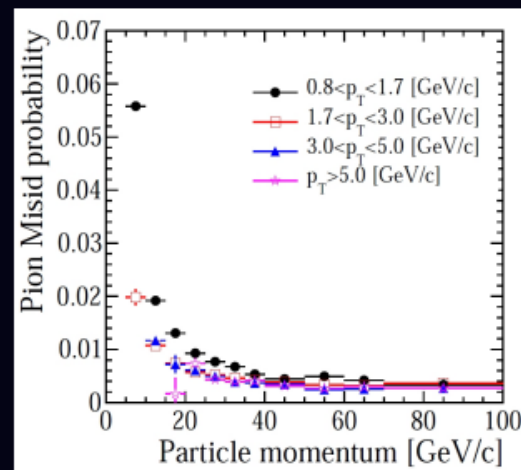
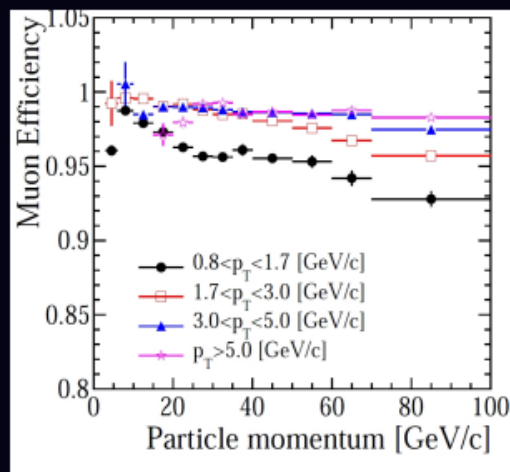
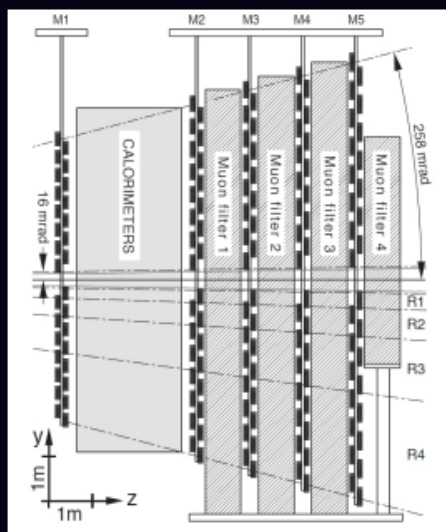
Kaon eff. \sim 95% with 5% pion contamination



LHC/LHCb 实验

LHCb muon探测

Five multi-wire proportional chamber detectors (interleaved with iron walls) provide trigger and muon identification

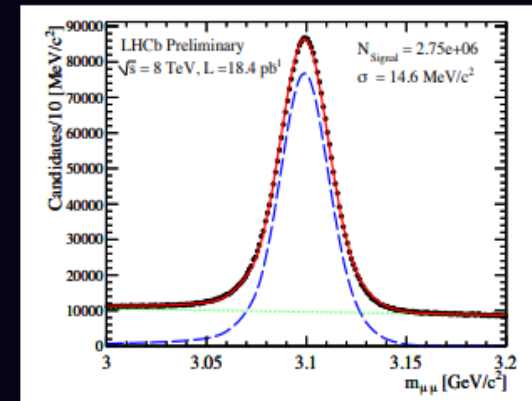
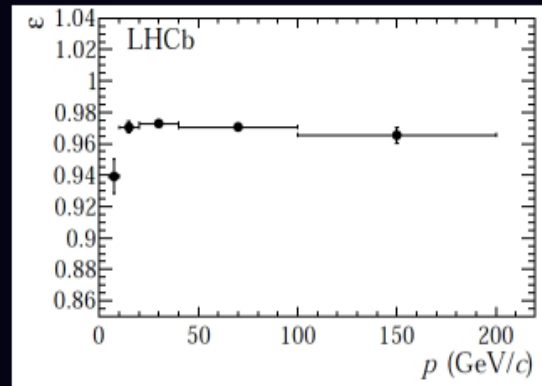
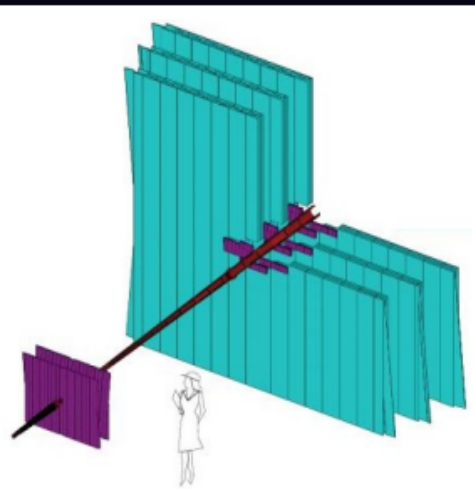


97% muon identification efficiency with 1-3% $\pi \rightarrow \mu$ probability

LHC/LHCb 实验

LHCb 寻径

4 tracking stations: silicon micro-strips + straw tubes.
Dipole magnet: 4 Tm bending power



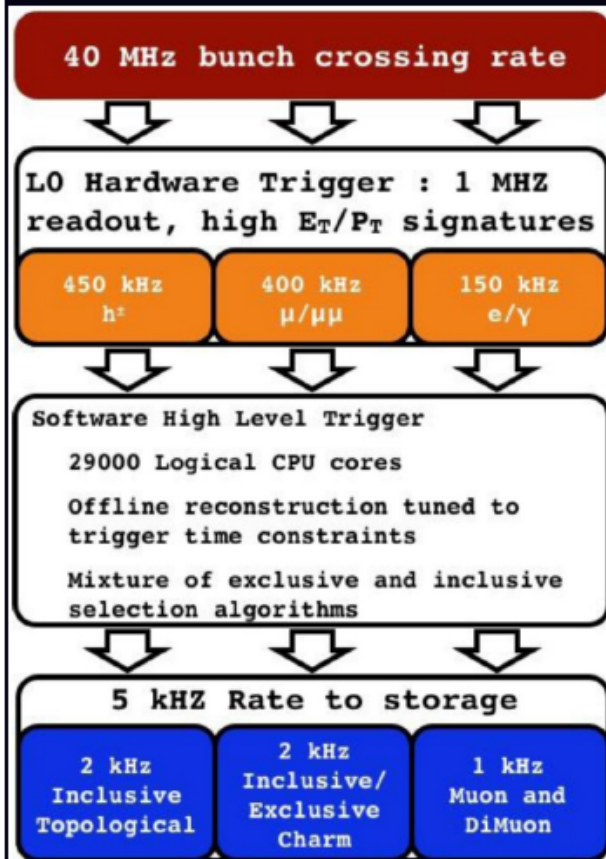
Efficiency $> 96\%$ for tracks in acceptance (depending on p , p_T , multiplicity)

$\delta p/p$: 0.4-0.6% (5-100 GeV/c)

$J/\psi \rightarrow \mu\mu$ mass resolution 15 MeV/c²

LHC/LHCb 实验

LHCb 触发



- **Level-0 Trigger: hardware**
 - use calorimeters and muon system
 - select **high- p_T** particles
 - ✓ $p_T(\mu) > O(1) \text{ GeV}/c$
 - ✓ $p_T(h, e, \gamma) > O(3) \text{ GeV}/c$
- **High-Level Trigger: software**
 - **HLT1**: add VELO information
 - ✓ impact parameter and lifetime
 - **HLT2**: global event reconstruction
 - ✓ exclusive & inclusive selections

Trigger efficiency: $\sim 90\%$ for dimuon events

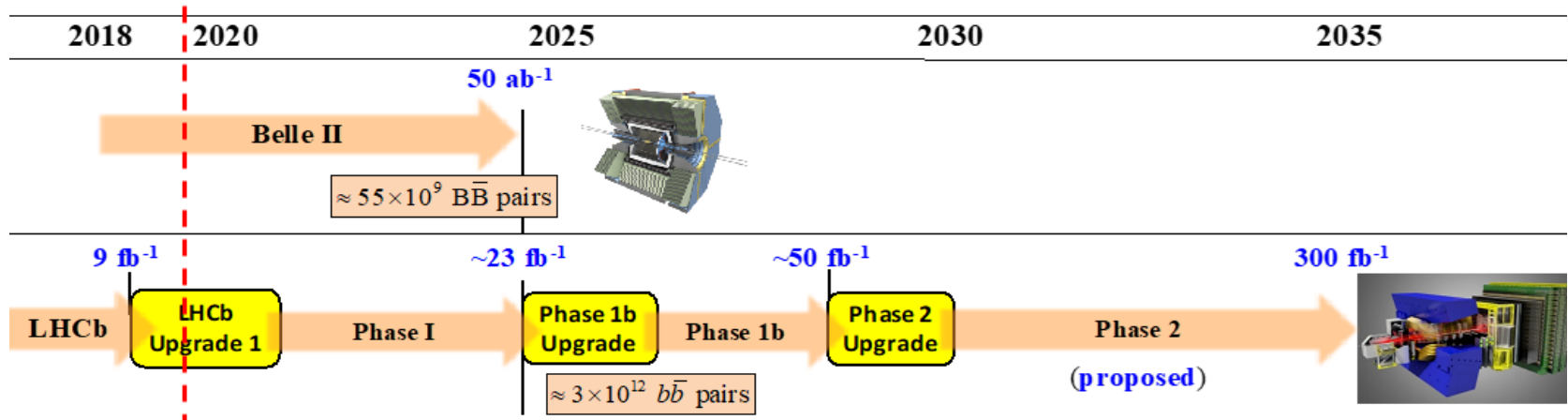
$\sim 30\%$ for multibody hadronic final states

LHC/LHCb 实验

寻找新物理的方法

- 测量对新物理敏感、在标准模型中有准确预言的物理量
 - ◇ 稀有衰变的衰变率 (举例: $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$)
 - ◇ 稀有衰变的角度分布 (举例: $B^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$)
 - ◇ CP破坏 (举例: $B_s \rightarrow J/\psi \phi$)
 - ◇ ...

B物理研究展望



3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 对 B_q^0 ($q = (d, s)$)介子, 其味道本征态、CP本征态和质量本征态并不相同。其味道本征态可以简单地写为:

$$B_d^0 = (\bar{b}d), \quad \bar{B}_d^0 = (b\bar{d}), \quad B_s^0 = (\bar{b}s), \quad \bar{B}_s^0 = (b\bar{s}).$$

它们通过如图-10.5所示的箱图混合。在下面的讨论中, 当不明确写出下标时, 通常是指包含 B_d^0 和 B_s^0 两种情况。

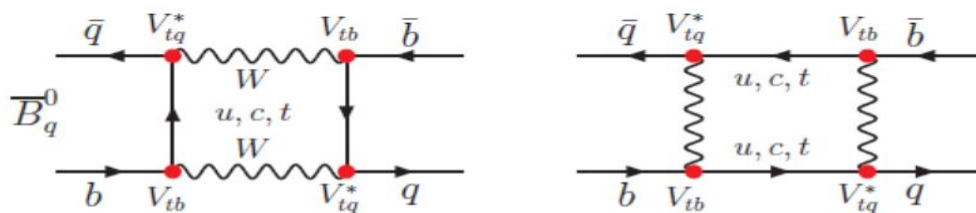


Figure: 10.5 $B_q^0 - \bar{B}_q^0$ 混合的箱图($q = (d, s)$)。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 在时刻 t , 一个任意的态 $\psi(t)$ 将是 B^0 和 \bar{B}^0 的线性组合,

$$\psi(t) = a(t)|B^0\rangle + b(t)|\bar{B}^0\rangle,$$

并满足含时Schrödinger方程:

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \hat{H}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \equiv (\hat{M} - \frac{i}{2}\hat{\Gamma})\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

其中 \hat{M} 和 $\hat{\Gamma}$ 是 2×2 的厄米矩阵。CPT不变性要求 $M_{11} = M_{22} = m$, $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma$ 。那么, 系统的哈密顿量为

$$H = \begin{pmatrix} m - \frac{i}{2}\Gamma & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* + \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & m - \frac{i}{2}\Gamma \end{pmatrix}$$

非对角的 M_{12} 和 Γ_{12} 描述 B^0 和 \bar{B}^0 之间的混合。

♣ 将 H 对角化, 得到B介子的两个质量本征态为:

$$B_H = pB^0 + q\bar{B}^0, \quad B_L = pB^0 - q\bar{B}^0$$

其中的混合参数 p, q 可以写为

$$p = \frac{1 + \bar{\epsilon}_B}{\sqrt{2(1 + |\bar{\epsilon}_B|^2)}}, \quad q = \frac{1 - \bar{\epsilon}_B}{\sqrt{2(1 + |\bar{\epsilon}_B|^2)}}$$

其中 $\bar{\epsilon}_B$ 与 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合中的参数 $\bar{\epsilon}$ 相对应。这里, “H”和“L”分别表示“重”和“轻”。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ $B_{d,s}^0 - \bar{B}_{d,s}^0$ 混合的强度用质量差来描写: $\Delta M_q = M_H^q - M_L^q$ 。对B介子系统, 长距离贡献很小, 可微扰计算的箱图贡献其主要作用。另外, 对B介子混合, 内线夸克为Top的箱图贡献起最主要的作用, 其它内线组合情况的箱图贡献很小, 可以忽略。

♣ 对B介子混合情况, 有

$$\begin{aligned} \Delta M_q &= 2|M_{12}^{(q)}| \left(1 - \frac{1}{8} \frac{|\Gamma_{12}|^2}{|M_{12}|^2} \sin^2 \phi_{12} + \dots \right), \\ \Delta \Gamma &= 2|\Gamma_{12}| \cos \phi_{12} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{|\Gamma_{12}|^2}{|M_{12}|^2} \sin^2 \phi_{12} + \dots \right), \\ \frac{q}{p} &= \frac{2M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{\Delta M - i\frac{1}{2}\Delta\Gamma} = \frac{M_{12}^*}{|M_{12}|} \left[1 - \frac{1}{2} \text{Im} \left(\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right) \right], \\ \left| \frac{q}{p} \right| - 1 &= \frac{1}{2} \text{Im} \left(\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right) \sim 10^{-3} \end{aligned}$$

其中的相位 $\phi_{12} = \arg(-M_{12}/\Gamma_{12})$, 小量 Γ_{12}/M_{12} 的高阶小项可以被忽略。

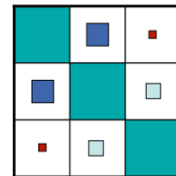
♣ 非对角质量矩阵元 M_{12}^q 来自于top-箱图贡献的实部, 非对角衰变矩阵元 Γ_{12}^q 自于(u,c)-箱图贡献的虚部。我们可以使用三个物理量来描写 $B_q^0 - \bar{B}_q^0$ 的混合:

$$|M_{12}^q|, \quad |\Gamma_{12}^q|, \quad \phi_{12} = \arg(-M_{12}^q/\Gamma_{12}^q). \quad (10.51)$$

♣ 对于B介子混合, 由于 $\text{Im}(\Gamma_{12}/M_{12}) < \mathcal{O}(10^{-3})$ 很小, 因此在非常好的近似下可以认为比值 q/p 是一个纯位相。对箱图进行计算, 得到

$$(M_{12}^*)_d \propto (V_{td} V_{tb}^*)^2, \quad (M_{12}^*)_s \propto (V_{ts} V_{tb}^*)^2. \quad (10.52)$$

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$



3. B介子系统的混合与CP破坏

对 M_{12} 的最大贡献来自于当箱图的内线是 t 夸克时, 近似的有,

$$M_{12} = \Re H_{12} = \Re \langle B^0 | H | \bar{B}^0 \rangle \quad M_{12} \sim (V_{tb}V_{td}^*)^2 m_t^2.$$

c 夸克的贡献相对于 t 夸克被压制了 $(m_c/m_t)^2$ 倍。另外一方面当计算 Γ_{12} 时, 依据 Laudau-Cutkosky 规则, 应将内线的传播子 $(p^2 - m^2)^{-1}$ 相应地换成 $-2\pi i\delta + (p^2 - m^2)$, 于是就必须割断内线, 只考虑到实粒子的衰变。这时因为在 B 的静止系中衰变末态的能量不可能超过 m_B , 因此箱图中的夸克内线就只有 c 夸克和 u 夸克的贡献。

$$-\frac{\Gamma_{12}}{2} = \Im H_{12} = \Im \langle B^0 | H | \bar{B}^0 \rangle. \quad \Gamma_{12} \sim m_b^2 (V_{cb}V_{cd}^* + V_{ub}V_{ud}^*)^2 = (V_{tb}V_{td}^*)^2 m_b^2,$$

这里忽略了比 m_b 轻的夸克质量, 最后一个等号来自于 CKM 矩阵的么正性,

$$V_{cb}V_{cd}^* + V_{ub}V_{ud}^* + V_{tb}V_{td}^* = 0.$$

容易看出, 由于 $m_t \gg m_b$,

$$|M_{12}| \gg |\Gamma_{12}|,$$

而且它们具有相同的相角,

$$\Phi = \arg(M_{12}) = \arg(\Gamma_{12}).$$

Γ_{12} 很小, 可以忽略, 于是有,

$$\Delta\Gamma = \Gamma_2 - \Gamma_1 \approx 0.$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 对于B介子混合，由于 $\text{Im}(\Gamma_{12}/M_{12}) < \mathcal{O}(10^{-3})$ 很小，因此在非常好的近似下可以认为比值 q/p 是一个纯位相。对箱图进行计算，得到

$$(M_{12}^*)_d \propto (V_{td}V_{tb}^*)^2, \quad (M_{12}^*)_s \propto (V_{ts}V_{tb}^*)^2.$$

♣ 对CKM矩阵元，取 $V_{td} = |V_{td}| e^{-i\beta}$ ， $V_{ts} = -|V_{ts}| e^{-i\beta_s}$ [其中 $\beta_s = \mathcal{O}(10^{-2})$]。那么在非常好的近似下有

$$\left(\frac{q}{p}\right)_{B^0} = e^{-i2\beta}, \quad \left(\frac{q}{p}\right)_{B_s^0} = e^{-i2\beta_s},$$

其中的相角 β 和 β_s 即为CKM矩阵元的弱位相。

3. B介子系统的混合与CP破坏

时间演化方程可以化为,

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= \frac{1}{2p} e^{-iM_B t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_B t} \{ e^{-\frac{i}{2}\Delta M_B t} |B_L\rangle + e^{\frac{i}{2}\Delta M_B t} |B_H\rangle \} \\ &= e^{-iM_B t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_B t} \left\{ \cos\left(\frac{1}{2}\Delta M_B t\right) |B^0\rangle \right. \\ &\quad \left. + \frac{iq}{p} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta M_B t\right) |\bar{B}^0\rangle \right\}. \end{aligned}$$

同样地有,

$$\begin{aligned} |\bar{B}^0(t)\rangle &= e^{-iM_B t} e^{-\frac{1}{2}\Gamma_B t} \left\{ \cos\left(\frac{1}{2}\Delta M_B t\right) |\bar{B}^0\rangle \right. \\ &\quad \left. + \frac{ip}{q} \sin\left(\frac{1}{2}\Delta M_B t\right) |B^0\rangle \right\}. \end{aligned}$$

和中性 K 介子系统相类似, 可以定义中性 B 介子半轻子衰变的不对称性,

$$a_B = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow l^- \bar{\nu} X) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow l^+ \nu X)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow l^- \bar{\nu} X) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow l^+ \nu X)}.$$

注意到 $B^0 \not\rightarrow l^- \bar{\nu} X$ 和 $\bar{B}^0 \not\rightarrow l^+ \nu X$, 可以得到,

$$a_B = \frac{1 - |q/p|^4}{1 + |q/p|^4} \simeq 4\Re \tilde{\epsilon}_B = \mathcal{O}(10^{-2}).$$

在 e^+e^- 对撞实验中 B^0 和 \bar{B}^0 总是成对地产生, 因此可以通过观测同号轻子对的不对称性,

$$a_{ll} = \frac{N(l^+l^+) - N(l^-l^-)}{N(l^+l^+) + N(l^-l^-)} = \frac{|q/p|^2 - |p/q|^2}{|q/p|^2 + |p/q|^2},$$

得到间接 CP 破坏参数 $|q/p|$ 。

3. B介子系统的混合与CP破坏

实验上可以定义一个可观测的物理量,

$$r = \frac{Pr(B^0 \rightarrow \bar{B}^0)}{Pr(B^0 \rightarrow B^0)},$$

或者,

$$\chi = \frac{Pr(B^0 \rightarrow \bar{B}^0)}{Pr(B^0 \rightarrow B^0) + Pr(B^0 \rightarrow \bar{B}^0)}.$$

式容易证明,

$$\begin{aligned} r &= \frac{\int_0^\infty |\langle \bar{B}^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt}{\int_0^\infty |\langle B^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt} = \left| \frac{q}{p} \right|^2 \frac{(\Delta M_B)^2 + (\Delta \Gamma_B/2)^2}{2\Gamma_B^2 + (\Delta M_B)^2 - (\Delta \Gamma_B/2)^2} \\ &\simeq \frac{x_d^2}{2 + x_d^2}. \end{aligned}$$

这里我们忽略了小的 CP 破坏效应, x_d 称为震荡参数,

$$x_d = \Delta M_B / \Gamma_B.$$

在 $e^+ - e^-$ 碰撞实验中, $r \neq 0$ (或 $x_d \neq 0$) 就意味着 $b(\bar{b})$ 变成了 $\bar{b}(b)$ 。这是两阶的弱作用过程, b 夸克数的改变为 2。 x_d 的值可以通过箱图计算和 B 介子的寿命测量得到,

$$x_d = \tau_B \cdot \Delta M_B,$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 在标准模型框架下， ΔM_q 可以写为

$$\Delta M_q = \frac{G_F^2}{6\pi^2} m_{B_q} (\hat{B}_{B_q} F_{B_q}^2) m_W^2 S_0(x_t) |V_{tq}^* V_{tb}|^2 \hat{\eta}_B, \quad (10.54)$$

其中Inami-Lim函数 $S_0(x_t)$ 来自于单圈Box图解析计算，参数 $\hat{\eta}_B$ 吸收了两圈QCD修正。 \hat{B}_q 是重整化群不变的参数， F_{B_q} 是 B_q 介子的衰变常数，它们与强子矩阵元计算相关： $\frac{8}{3} \hat{B}_{B_q} F_{B_q}^2 m_{B_q} = \langle \bar{B}_q | (\bar{b}q)_{V-A} (\bar{b}q)_{V-A} | B_q \rangle$ 。 \hat{B}_q 和 F_{B_q} 的不确定性是主要的理论误差来源。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 对于 B^0 系统，两个本征态的宽度几乎相等。理论预言为 $y = \Delta\Gamma/(2\Gamma) \leq 10^{-2}$ 。实验上尚未观测到B介子寿命差的效应，所以人们通常取近似 $y = \Delta\Gamma/(2\Gamma) = 0$ 。B介子衰变的另一个重要参数是： $x \equiv \Delta M/\Gamma$ 。

♣ 对 B^0 系统，人们起初估计 x_d 很小。但当1987年ARGUS实验组发现大的 x_d 时，人们推断Top夸克应当很重： $\geq 80 \text{ GeV}$ 。这是Top夸克具有重质量的第一个实验信号。对 B_s 系统，最新的实验测量值是[1]： $\Delta m_{B_s} = (17.761 \pm 0.022) \text{ ps}^{-1}$ 。

♣ 对 ΔM_q ，标准模型的理论预言值为：

$$\Delta M_d^{SM} = 0.543 \pm 0.091 \text{ ps}^{-1}, \quad \Delta M_s^{SM} = 17.30 \pm 2.6 \text{ ps}^{-1}$$

这些标准模型理论预言值与目前已知的实验测量结果(见(6.101)式)[1,52]符合的很好。当然，现在的理论结果的误差比较大，远远大于数据的误差。因此，目前的数据还有新物理存在的空间。从圈图计算的角度来看，由于重粒子内线箱图对质量差 ΔM_{12} 的贡献起主要作用，而现有实验数据对重的新物理粒子的限制较弱，重的新物理粒子存在的可能性比较大，可以引起较强的新物理修正。对 Γ_{12} ，则是轻粒子内线箱图（例如 u, c 内线箱图）的贡献起主要作用。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 在标准模型框架下，人们使用重夸克展开(HQE)方法计算 Γ_{12} ，其一般形式可以写为：

$$\Gamma_{12} = \left(\frac{\Lambda}{m_b}\right)^3 \left(\Gamma_3^{(0)} + \frac{\alpha_s}{4\pi}\Gamma_3^{(1)} + \dots\right) + \left(\frac{\Lambda}{m_b}\right)^4 \left(\Gamma_4^{(0)} + \dots\right) + \dots$$

我们知道， $\Delta\Gamma_d$ 很小，可以忽略。

♣ 对 $\Delta\Gamma_s$ ，目前的标准模型理论值和实验测量结果符合的很好：

$$\Delta\Gamma_s^{\text{SM}} = (0.087 \pm 0.021) \text{ ps}^{-1}, \quad \Delta\Gamma_s^{\text{Exp}} = (0.091 \pm 0.008) \text{ ps}^{-1}.$$

对比值的计算结果为：

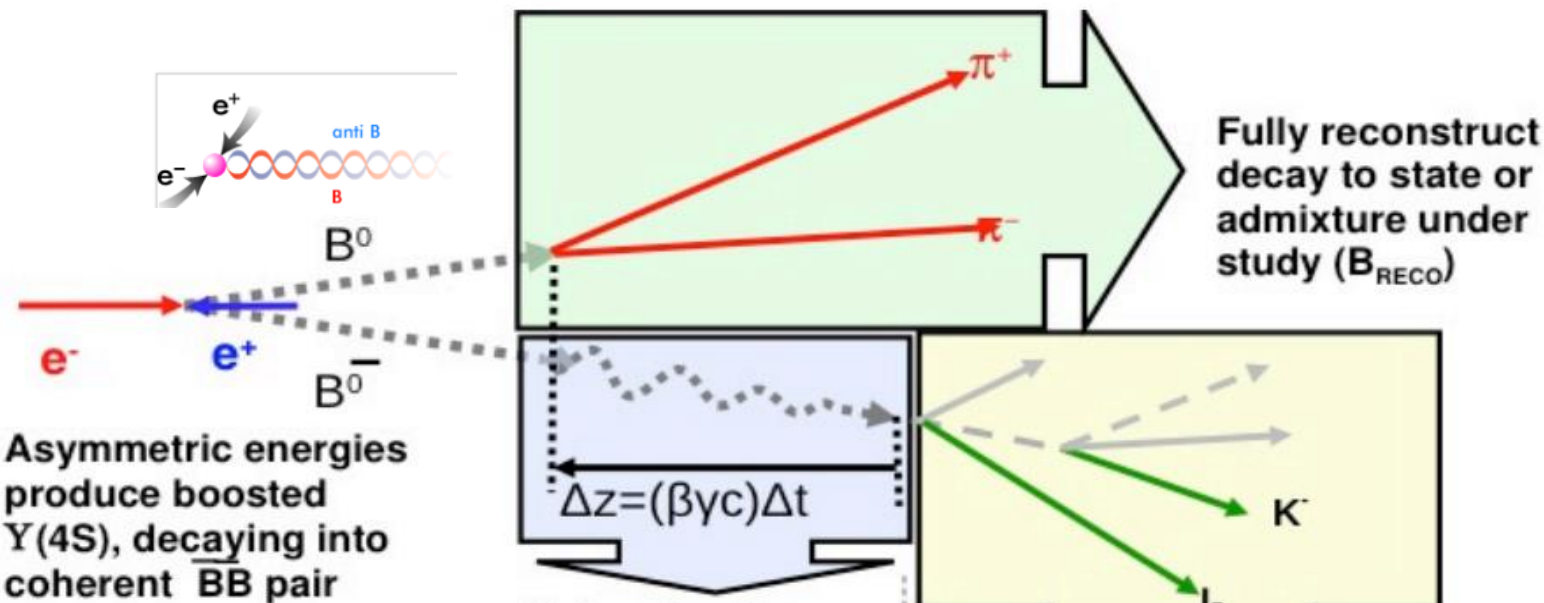
$$\left(\frac{\Delta\Gamma_s}{\Delta M_s}\right)^{\text{Exp}} / \left(\frac{\Delta\Gamma_s}{\Delta M_s}\right)^{\text{SM}} = 1.02 \pm 0.009 \pm 0.19.$$

在比值中，大部分的非微扰量引起的误差被抵消，剩余误差主要来自于QCD修正计算和格点计算。

♣ 尽管 $\Delta\Gamma_d$ 很小，对比值 $\Delta\Gamma_d/\Gamma_d$ ，标准模型理论值和实验测量值[52]仍然符合的很好：

$$\left|\frac{\Delta\Gamma_d}{\Gamma_d}\right|^{\text{SM}} = (4.2 \pm 0.8) \times 10^{-3}, \quad \left|\frac{\Delta\Gamma_d}{\Gamma_d}\right|^{\text{Exp}} = (1 \pm 10) \times 10^{-3}.$$

3. B介子系统的混合与CP破坏



- $\beta\gamma = 0.56$ (BaBar)
- $t = t_1$ corresponds to the time that B_{TAG} decays.
- $t_2 - t_1 = \Delta t$

Large boost



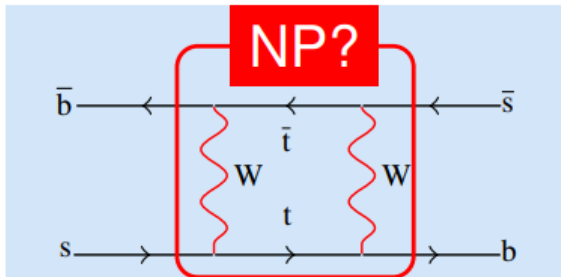
large Δz



优良的时间分辨率

3. B介子系统的混合与CP破坏

B_s介子混合的观测量



$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |B_s(t)\rangle \\ |\bar{B}_s(t)\rangle \end{pmatrix} = \left(\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12}^* & M_{11} \end{bmatrix} - \frac{i}{2} \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{11} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} |B_s(t)\rangle \\ |\bar{B}_s(t)\rangle \end{pmatrix}$$

- 混合中的CP破坏: $a_{fs}^s \approx |\Gamma_{12}/M_{12}| \sin\phi_{12}$, $\phi_{12} = \arg(-M_{12}/\Gamma_{12})$
- 质量差别: $\Delta m_s = m_H - m_L \approx 2|M_{12}|$
- 衰变宽度差: $\Delta\Gamma_s = \Gamma_L - \Gamma_H \approx 2|\Gamma_{12}| \cos\phi_{12}$
- 混合角: $\phi_s = \arg(q/p) = -2\chi$

3. B介子系统的混合与CP破坏

Δm_s 测量方法

允许: $B_s \rightarrow D_s^- \pi^+$ and $B_s \rightarrow \bar{D}_s^+ \pi^-$

禁止: $B_s \rightarrow \bar{D}_s^- \pi^+$ and $B_s \rightarrow D_s^+ \pi^-$

时间相关衰变率: mixed decays ($B_s \rightarrow \bar{B}_s$)

$\bar{B}_s(t=0) \rightarrow B_s(t>0) \rightarrow D_s^- \pi^+$ and $B_s(t=0) \rightarrow \bar{B}_s(t>0) \rightarrow D_s^+ \pi^-$

$$R(t) = Ae^{-\Gamma_s t} \left(\cosh\left(\frac{\Delta\Gamma_s t}{2}\right) - \cos(\Delta m_s t) \right) \quad \text{振荡频率 } \Delta m_s$$

时间相关衰变率: unmixed decays ($B_s \rightarrow B_s$)

$\bar{B}_s(t=0) \rightarrow \bar{B}_s(t>0) \rightarrow D_s^+ \pi^-$ and $B_s(t=0) \rightarrow B_s(t>0) \rightarrow D_s^- \pi^+$

$$R(t) = Ae^{-\Gamma_s t} \left(\cosh\left(\frac{\Delta\Gamma_s t}{2}\right) + \cos(\Delta m_s t) \right) \quad \text{振荡频率 } \Delta m_s$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 2013年, LHCb实验组根据对34000个 $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ 事例对时间分布的分析, 给出了迄今为止对 ΔM_s 的最精确的单个实验测量值[153];

$$\Delta M_s|_{\text{LHCb}} = 17.768 \pm 0.023(\text{stat}) \pm 0.006(\text{syst})\text{ps}^{-1}.$$

从图-10.6的曲线的变化可以直观地看出 $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ 之间由于大的混合导致的 $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ 衰变事例时间分布函数的快速振荡。

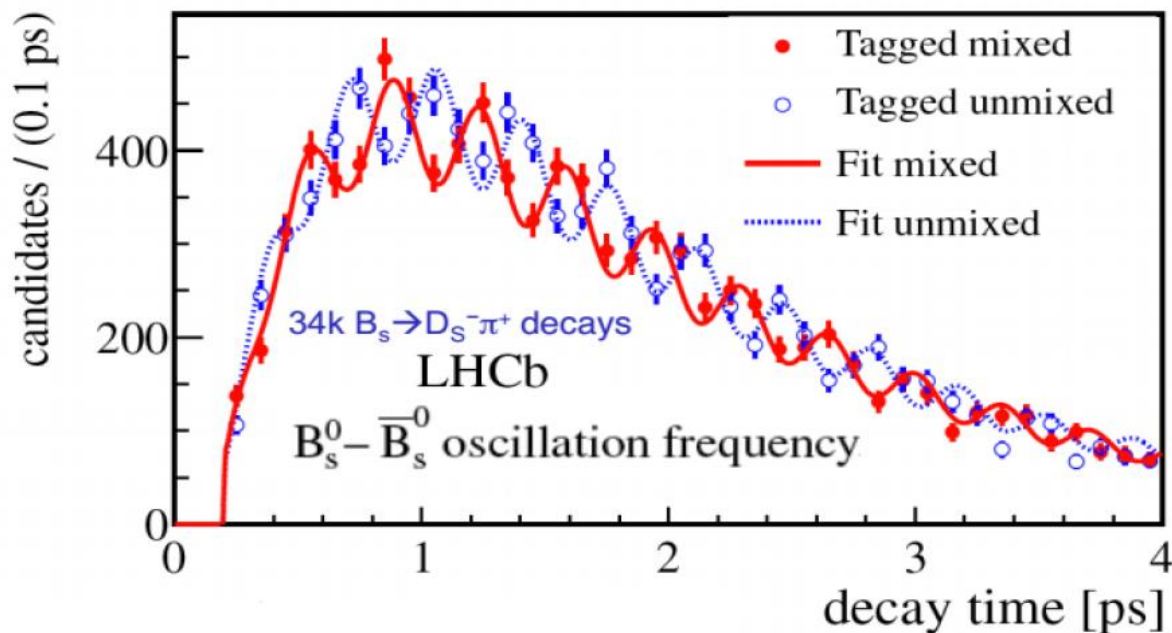


Figure: 10.6 LHCb实验组对采用不同方法标定的 $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ 衰变事例的含时分布函数的实验测量结果[153]。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 对 B/B_s 介子系统，存在三种类型的CP破坏：(a) 中性B介子混合产生的CP破坏：间接CP破坏； (b) B介子衰变中的CP破坏：直接(direct)CP破坏； (c) 由混合与衰变的干涉引起的CP破坏：混合型CP破坏。

♣ 首先考虑由中性 B/B_s 介子混合产生的间接CP破坏：对 B_q^0 系统，由于其质量本征态的寿命基本相等，实验上不能分离出 B_L 和 B_H ，只能通过特定的衰变末态来标定 B_0 和 \bar{B}_0 介子。所以不能象K介子系统那样，通过研究质量本征态 $K_L \rightarrow 2\pi$ 衰变道来测量混合中的CP破坏，而只能通过对中性B介子的单轻或双轻子衰变过程的研究来分离第一类CP破坏。这时，CP不对称性 $a_{SL}(B)$ 定义为：

$$\begin{aligned} a_{SL}^q(B_q^0) &= \frac{\Gamma(\bar{B}_q(t) \rightarrow f) - \Gamma(B_q(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(\bar{B}_q(t) \rightarrow f) + \Gamma(B_q(t) \rightarrow \bar{f})} = \frac{1 - |q/p|^4}{1 + |q/p|^4} \\ &\approx 2 \left(1 - \left|\frac{q}{p}\right|\right) \approx \frac{\Delta\Gamma}{\Delta M} \tan \phi_{12}, \end{aligned}$$

其中 $B_q(t)$ 表示 t 时刻的中性 B_q 介子波函数， f 表示“flavor-specific”的单轻子末态。参数 ϕ_{12} 描写 Γ_{12} 和 M_{12} 的相位差。

♣ 虽然描写 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的参数 q/p 依赖于相位的约定，但其模 $|q/p|$ 却是物理可观测量，

$$\left|\frac{q}{p}\right| \neq 1 \Rightarrow \text{indirect CP violation.}$$

在B介子系统中，由于 M_{12} 尤其是 Γ_{12} 有较大的强子矩阵元不确定性，不可能由该类CP破坏中精确地抽出CP破坏相因子。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 在标准模型下，由于 q/p 基本上是一个纯相因子，参数 $a_{SL}(B)$ 很小：

$$\begin{aligned} a_{SL}^{SM}(B_s^0) &= (1.9 \pm 0.3) \times 10^{-5}, & \phi_s &= 0.22^\circ \pm 0.06^\circ, \\ a_{SL}^{SM}(B_d^0) &= (-4.1 \pm 0.6) \times 10^{-4}. & \phi_d &= -4.3^\circ \pm 1.4^\circ, \end{aligned}$$

对 a_{SL}^q 的实验测量难度显然很高。但如果存在新物理贡献，参数 a_{SL}^q 可以比较大，有可能被观测到。所以此类衰变过程仍然受到重视。

♣ **D0**实验组、**B**介子工厂实验和**LHCb**合作组都对参数 a_{SL}^d 和 a_{SL}^s 做了实验测量，他们的结果如图-10.7所示。显然，这些实验测量结果的误差都比较大，其中**D0**的结果和标准模型理论预言有 $\sim 3\sigma$ 的偏离。**BaBar**实验和**LHCb**实验[154]的测量结果和标准模型一致。

$$\begin{aligned} a_{SL}^s &= \begin{cases} (-1.12 \pm 0.74 \pm 0.17) \times 10^{-2}, & \text{D0,} \\ (-0.06 \pm 0.50 \pm 0.36) \times 10^{-2}, & \text{LHCb,} \end{cases} \\ a_{SL}^d &= \begin{cases} (0.06 \pm 0.17_{-0.32}^{+0.38}) \times 10^{-2}, & \text{BaBar,} \\ (-0.39 \pm 0.35 \pm 0.19) \times 10^{-2}, & \text{BaBar,} \\ (0.68 \pm 0.45 \pm 0.14) \times 10^{-2}, & \text{D0,} \\ (-0.02 \pm 0.19 \pm 0.30) \times 10^{-2}, & \text{LHCb.} \end{cases} \end{aligned}$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 对 B/B_s 介子系统，存在三种类型的CP破坏：**(a)** 中性 B 介子混合产生的CP破坏：间接CP破坏； **(b)** B 介子衰变中的CP破坏：直接(direct)CP破坏； **(c)** 由混合与衰变的干涉引起的CP破坏：混合型CP破坏。

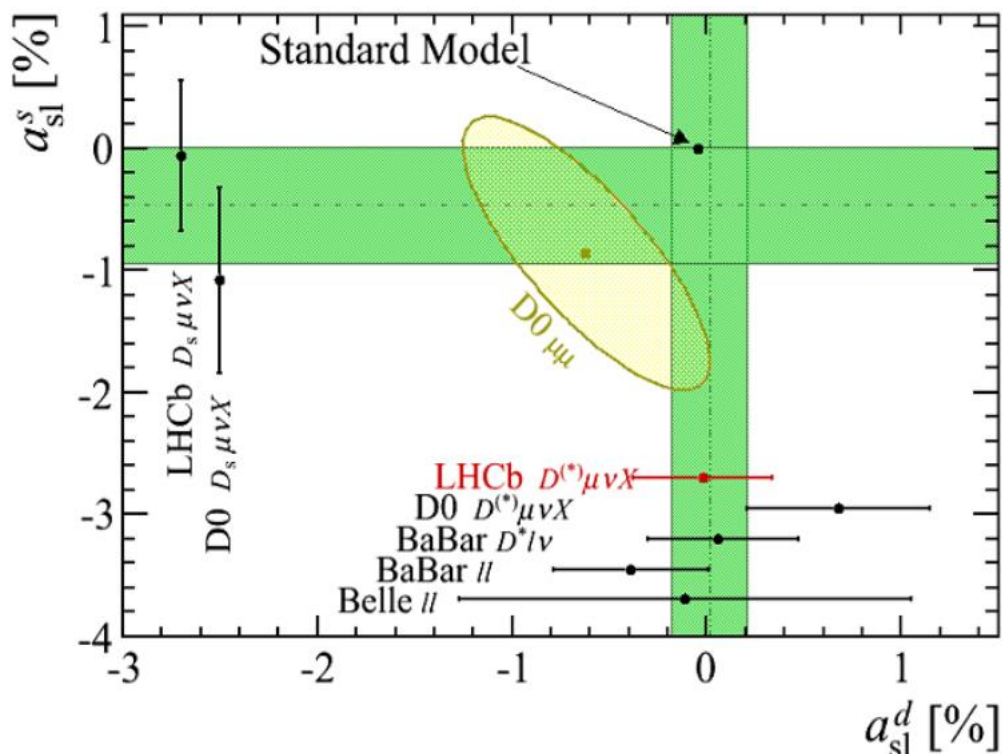


Figure: 10.7 D0实验组、B介子工厂实验和LHCb实验组对参数 a_{SL}^d (横坐标)和 a_{SL}^s (纵坐标)的实验测量结果。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 我们以LHCb实验组对 a_{SL}^s 的测量为例，简要说明其实验测量方法。LHCb探测器是一个“单臂前向探测器”。 $b\bar{b}$ 对的产生率是25 kHz， $c\bar{c}$ 的产生率是 ~ 500 KHz。对带电强子和 μ^\pm 有很好的探测能力。根据设计，LHCb主要研究B介子和粲介子系统的各种类型的CP破坏和稀有衰变。

♣ 如图-10.8所示，LHCb实验组通过对半轻子衰变过程 $B_s^0 \rightarrow D_s \mu \nu X$ 的研究抽出CP破坏参数 a_{SL}^s 。LHCb实验组实际上测量的是 $D_s^- \mu^+$ 和其CP共轭态 $D_s^+ \mu^-$ 的产生不对称性 A_{meas} ，进而导出 a_{SL}^s 。

LHC/LHCb实验

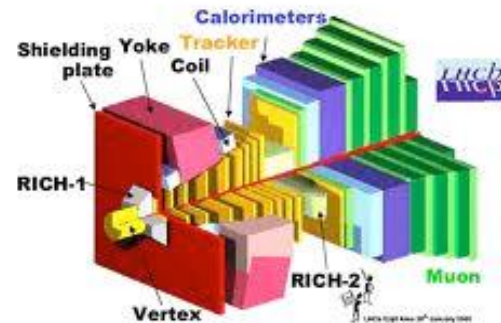
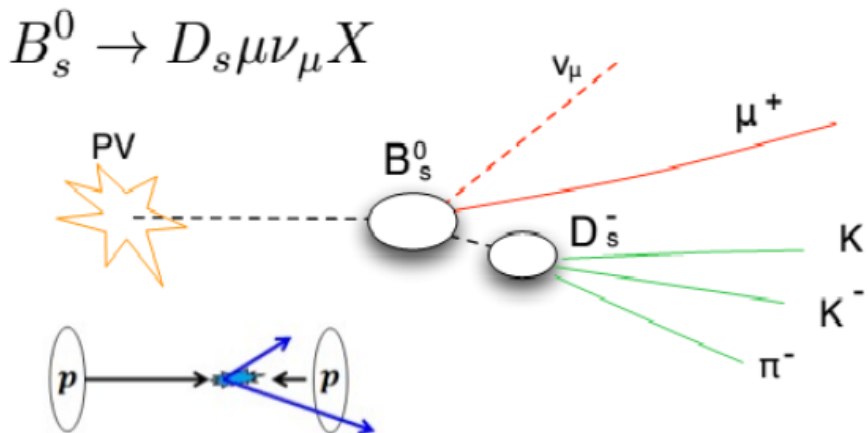


Figure: 10.8 LHCb实验组通过对 B_s^0 介子的半轻子衰变过程 $B_s^0 \rightarrow D_s \mu \nu X$ 的研究抽出CP破坏参数 a_{SL}^s 。左下角的小图是LHCb上PP对撞前向产生过程示意图。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 首先定义已经对时间积分的半轻子衰变不对称性 A_{meas} [154]:

$$\begin{aligned} A_{meas} &= \frac{\Gamma(D_s^- \mu^+) - \Gamma(D_s^+ \mu^-)}{\Gamma(D_s^- \mu^+) + \Gamma(D_s^+ \mu^-)} \\ &= \frac{a_{SL}^s}{2} + \left(a_p - \frac{a_{SL}^s}{2} \right) \frac{\int_0^\infty e^{-\Gamma_s t} \cos(\Delta M_s t) \epsilon(t) dt}{\int_0^\infty e^{-\Gamma_s t} \cosh(\Delta \Gamma_s t / 2) \epsilon(t) dt}, \end{aligned} \quad (10.67)$$

其中 ΔM_s 和 $\Delta \Gamma_s$ 是 $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ 系统混合参数, $\epsilon(t)$ 是 B_s^0 介子的 “decay time acceptance function”。函数 a_p 表示探测器的 “acceptance-asymmetry” (以及 B_s^0 和 \bar{B}_s^0 的产生不对称性), 其定义为:

$$a_p = \frac{N(B_s^0) - N(\bar{B}_s^0)}{N(B_s^0) + N(\bar{B}_s^0)}. \quad (10.68)$$

一般来说, 对不同的强子 a_p 函数不同。

♣ 由于 δM_s 很大, B_s^0 介子系统快速振荡, (10.67) 式中的积分比值很小: $\sim 0.2\%$ 。同时, 由于对 B_s^0 介子系统 $a_p \sim 1\%$ [154], 所以(10.67)式中的第二项的值在 10^{-4} 量级。它比预期的实验测量误差 10^{-3} 低一个量级, 可以忽略。因此有 $a_{SL}^s = 2A_{meas}$ 。在考虑了对 A_{meas} 测量的其它因素的影响以后, 最后得到 a_{SL}^s 。具体的数据分析过程可见论文[154], 最后的结果是

$$a_{SL}^s = (-0.06 \pm 0.50(stat) \pm 0.36(syst)) \times 10^{-2}. \quad (10.69)$$

该结果与标准模型理论预言值符合。

3. B介子系统的混合与CP破坏

表 10.2: 对 $F^0 - \bar{F}^0$ 系统的物理量 m , ΔM , $\Delta\Gamma$, $x = \Delta M/\Gamma$, $y = \Delta\Gamma/2\Gamma$ 和 a_{SL} 的实验测量结果[1]。

	ΔM ($x = \Delta M/\Gamma$)	$\Delta\Gamma$ ($y = \Delta\Gamma/(2\Gamma)$)	mass ($a_{SL} \approx 1 - q/p ^2$)
K^0	$(3.484 \pm 0.006) \times 10^{-15} \text{GeV}$ ~ 500	$-7.4 \cdot 10^{-15} \text{GeV}$ ~ 1	497.614 MeV $(3.32 \pm 0.06) \times 10^{-3}$
D^0	small $(0.41 \pm 0.15)\%$	small $(0.63 \pm 0.08)\%$	1864.84 MeV $0.52^{+0.19}_{-0.24}$
B^0	$(0.502 \pm 0.007) \text{ps}^{-1}$ 0.774 ± 0.006	~ 0 $(0.05 \pm 0.5)\%$	5279.58 MeV $(-0.02 \pm 0.19 \pm 0.32)\%$
B_s^0	$(17.761 \pm 0.022) \text{ps}^{-1}$ 26.85 ± 0.13	$(0.091 \pm 0.008) \text{ps}^{-1}$ $(0.069 \pm 0.006)\%$	5366.77 MeV $(-0.06 \pm 0.50 \pm 0.36)\%$

♣ 在表-10.2中，我们列出对 $F^0 = (K^0, D^0, B^0, B_s^0)$ 系统的物理量 m , ΔM , $\Delta\Gamma$, $x = \Delta M/\Gamma$, $y = \Delta\Gamma/2\Gamma$ 和间接CP破坏 a_{SL} 的实验测量结果。对 $D^0 - \bar{D}^0$ 系统的混合，这里没有做讨论，只给出已知实验测量结果。

♣ 由表中结果可以看出四个中性介子的混合性质有较大差别。除了 K^0 介子系统，对其它3个中性介子系统的间接CP破坏的实验测量误差仍然很大，需要做进一步的精确测量。对所有这些物理量，目前的实验测量结果与标准模型理论预言值均符合的很好，没有发现明显的偏离。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 由于K介子系统的直接CP破坏很小： $\epsilon' \sim 10^{-6}$ ，一直到1999年才被实验证实。K介子由于比较轻，只有几个主要的衰变道。但B介子比较重，有很多衰变道。由此所带来的好处是有许多道可供选择，不利因素是大多数道特别是物理上感兴趣的道的衰变分支比很小。

♣ 为了研究B介子系统的CP破坏，高能物理学界通过广泛的国际合作先后建造了高亮度的B介子工厂(PEP-II, KEK-B, 不对称的正负电子对撞机)。在LHC实验中，同样可以对各种含b强子的产生和衰变过程做高精度测量和研究。

3. B介子系统的混合与CP破坏

B介子系统第二、三类CP破坏

♣ 由于带电B介子的衰变没有混合，可以通过对带电B介子衰变过程的研究来很好地分离第二类CP破坏：直接CP破坏 $\mathcal{A}_{\text{CP}}^{\text{decay}}$ 。当然，第二类CP破坏也可以通过中性B介子衰变过程来测量。相关的 $\mathcal{A}_{\text{CP}}^{\text{decay}}$ 的定义为

$$\mathcal{A}_{\text{CP}}^{\text{decay}} = \frac{\Gamma(B \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})} = \frac{1 - |\bar{A}/A|^2}{1 + |\bar{A}/A|^2} \quad (10.70)$$

其中

$$A = \langle f | \mathcal{H}^{\text{weak}} | B \rangle, \quad \bar{A} = \langle \bar{f} | \mathcal{H}^{\text{weak}} | \bar{B} \rangle. \quad (10.71)$$

即

$$\left| \frac{\bar{A}}{A} \right| \neq 1 \Rightarrow \text{direct CP violation}. \quad (10.72)$$

♣ 假设一个衰变过程只包含两个费曼图的贡献 A_1 和 A_2 ，那么可以把衰变振幅 A 和其CP共轭 \bar{A} 写为

$$A = \sum_{i=1,2} A_i e^{i(\delta_i + \phi_i)}, \quad \bar{A} = \sum_{i=1,2} A_i e^{i(\delta_i - \phi_i)}, \quad (10.73)$$

其中 A_i 表示分振幅的大小是实的，那么我们有

$$\mathcal{A}_{\text{CP}}^{\text{decay}} = \frac{-2A_1 A_2 \sin(\delta_1 - \delta_2) \sin(\phi_1 - \phi_2)}{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\delta_1 - \delta_2) \cos(\phi_1 - \phi_2)}. \quad (10.74)$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

- ♣ 由于强相互作用中CP是守恒的，弱相互作用中CP是破坏的，所以对 A 和 \bar{A} ，强位相 δ_i 不改变符号，但弱位相 ϕ_i 改变符号。要得到非零的 $A_{\text{CP}}^{\text{decay}}$ ，至少应存在两种具有不同弱位相(ϕ_i)和强位相(δ_i)的贡献，二者缺一不可。比如说有两个树图，两个企鹅图，或一个树图与一个企鹅图。
- ♣ 对于 b 介子的纯轻子衰变和半轻子衰变，衰变振幅主要由一个图决定，直接CP破坏一般很小，很难观测到。象 $B \rightarrow K\pi$ 等两体强子衰变道，它通常包含树图和企鹅图的贡献，有两个不同的弱位相，通过夸克或强子的再散射、末态相互作用或湮灭图可产生强位相差。
- ♣ 由于量子场论只能利用微扰论来处理计算物理观测量，对于包含非微扰贡献的强子矩阵元 $\langle f | \mathcal{O}_i | B \rangle$ 计算必须采用因子化方法，以分离出可以计算的微扰部分，达到理论预言一些过程的目的。
- ♣ 近年来，人们发展了三种主要的因子化方法：M. Beneke等人的QCD因子化方法[155]，李湘楠等人的pQCD因子化方法[156]和Bauer等人的SCET因子化方法[157,158]。不同的因子化方法，其强位相来源、大小均不同。它们给出的不同过程的分支比大多接近，但是CP破坏参数预言则有较大的不同。

3. B介子系统的混合与CP破坏

通过前面的讨论也可以看到，实验上中性介子态的混合往往是不可避免的，因此观测直接 CP 破坏的最佳过程应该是带电介子的衰变。可以定义 CP 不对称性，

$$a_f = \frac{\Gamma(P^+ \rightarrow f) - \Gamma(P^- \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(P^+ \rightarrow f) + \Gamma(P^- \rightarrow \bar{f})} = \frac{1 - |\bar{A}/A|^2}{1 + |\bar{A}/A|^2}.$$

至少具有两个相因子完全不同的分振幅的要求迫使我们只能考虑非轻子反应道，因为轻子和半轻子衰变道通常只由单一的费曼图主导，而非轻子道则可以有树图和企鹅图两者的贡献。企鹅图包含有 W 玻色子和夸克的圈图，因而一般具有和树图不同的弱相因子。为了获得较大的干涉效应，就必须要求分振幅的大小大致相近。一种可能的考虑是选取这样一些过程，其树图的贡献相对于企鹅图是被小 CKM 参数所压制的，因此就可以和企鹅图中的圈图压制大致相抵。

3. B介子系统的混合与CP破坏

中这类过程的典型例子是带电 B 介子的衰变, 如 $B^\pm \rightarrow K^\pm \rho^0$, 见图 6.3。衰变振幅可表示为树图和企鹅图两部分的和, 其中树图正比于 $V_{ub}V_{us}^* \sim 10^{-3}$, 企鹅图正比于 $(\alpha_s/12\pi) \ln(m_t^2/m_b^2)V_{tb}V_{ts}^* \simeq 0.02 \times 0.04 \sim 10^{-3}$, t 夸克在企鹅图圈中的贡献最大, 因此有,

$$A(B^+ \rightarrow K^+ \rho^0) = V_{ub}^*V_{us}A_1 + V_{tb}^*V_{ts}A_2,$$

$$\bar{A}(B^- \rightarrow K^- \rho^0) = V_{ub}V_{us}^*A_1 + V_{tb}V_{ts}^*A_2.$$

其中强作用的振幅 A_i 保持不变, 因为强相互作用是 CP 守恒的。不对称性可以表示为,

$$\begin{aligned} a_{K\rho} &= \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ \rho^0) - \Gamma(B^- \rightarrow K^- \rho^0)}{\Gamma(B^+ \rightarrow K^+ \rho^0) + \Gamma(B^- \rightarrow K^- \rho^0)} \\ &= \frac{-4\Im[V_{ub}^*V_{us}V_{tb}V_{ts}^*]\Im[A_1A_2^*]}{|V_{ub}^*V_{us}A_1 + V_{tb}^*V_{ts}A_2|^2 + |V_{ub}V_{us}^*A_1 + V_{tb}V_{ts}^*A_2|^2}. \end{aligned}$$

由此可以看出 CP 破坏需要有两个相因子: 一个是由强相互作用提供的相因子 $\Im[A_1A_2^*] \neq 0$, 另一个则来自于弱相互作用 $\Im[V_{ub}^*V_{us}V_{tb}V_{ts}^*] \neq 0$ 。

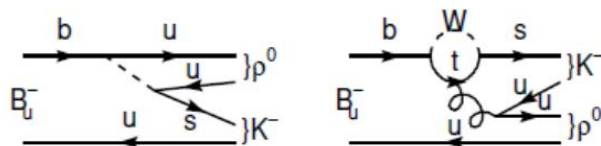


图 6.3: $B^\pm \rightarrow K^\pm \rho^0$ 衰变的树图和企鹅图。

3. B介子系统的混合与CP破坏

另外一种可能性是考虑那些树图禁戒的过程,这时只有企鹅图的贡献, (u, c, t) 夸克对圈都有贡献。这样的例子有,

$$B^\pm \rightarrow K^\pm K^0, \quad B^\pm \rightarrow K^\pm \phi, \quad (6.85)$$

以及一些辐射衰变过程,

$$B^\pm \rightarrow K^{*\pm} \gamma, \quad B^\pm \rightarrow \rho^\pm \gamma, \quad (6.86)$$

见图 6.4。而在衰变过程 $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ 和 $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ 中则没有 CP 的不对称性, 因为玻色对称性限制了两 π 不能处在同位旋 $I = 1$ 的态, 它们属于 $\Delta I = 3/2$ 的跃迁, 末态两 π 的同位旋 $I = 2$, 对应的只有一个强相互作用相因子 δ_2 。

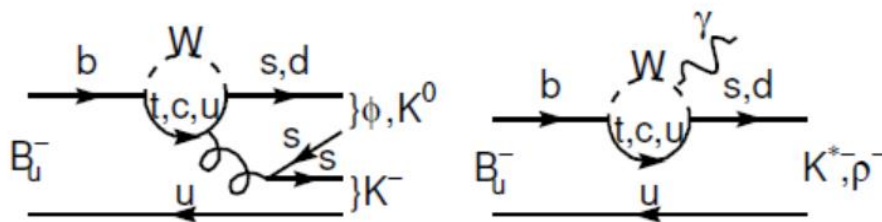


图 6.4: B 介子衰变树图禁戒的企鹅图。

3. B介子系统的混合与CP破坏

目前还没有任何带电介子直接 CP 破坏的实验证据。这类测量的主要困难之一在于理论上很难较精确地计算它的 CP 破坏不对称性。由于牵涉到强子的末态, 夸克算子的强作用矩阵元计算精度不高, 而且直接 CP 破坏要求的非平庸强相移计算起来也是非常困难的。虽然在有些情况下可以通过同位旋的分析来消除某些理论计算的不确定性, 但一般地说来从直接 CP 不对称性的测量中提取精确的 CP 破坏基本参数是一件比较困难的事。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 最后，我们通过对中性B介子衰变过程的研究来讨论第三类CP破坏：由混合与衰变的干涉引起的CP破坏。对 B^0 介子的衰变过程，可以取近似 $\Delta\Gamma_d = 0$ 。对 B_s 介子的衰变过程，一般需要保留 $\Delta\Gamma_s$ 。

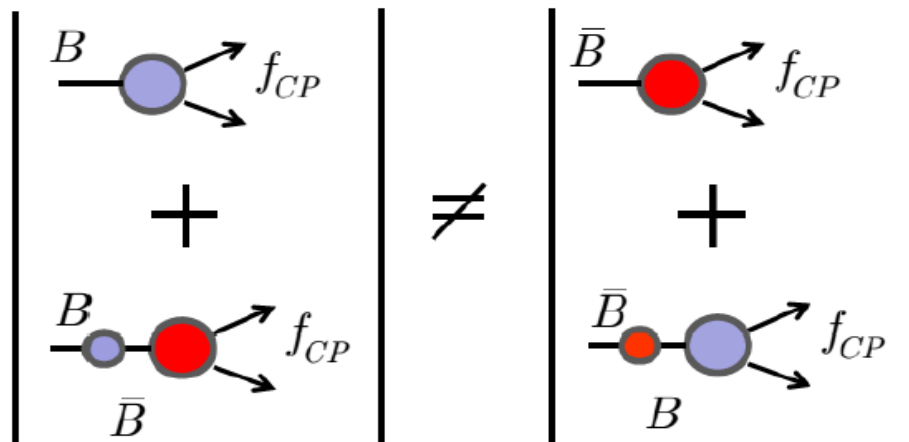


Figure: 10.9 通过衰变与混合的干涉产生的CP破坏的示意图。

♣ 最有意思的两体强子衰变过程是末态为CP本征态的衰变道。对这种类型的衰变，其CP破坏通常比较大，可以通过对这些道的研究抽取么正三角形的相角。由于存在 $B_q^0 - \bar{B}_q^0$ 混合，如图-10.9所示，初始($t = 0$)时纯的 B_q^0 介子可以通过两个不同的过程衰变到末态 f_{CP}

$$\begin{aligned}
 B_q^0(0) &\longrightarrow B_q^0(t) \longrightarrow f_{CP}, \\
 B_q^0(0) &\longrightarrow \bar{B}_q^0(t) \longrightarrow f_{CP}.
 \end{aligned}
 \tag{10.75}$$

这两个衰变过程发生干涉，产生第三类CP破坏。

3. B介子系统的混合与CP破坏

对于中性介子衰变到一个 CP 的本征态，

$$A = \langle f_{CP} | \mathcal{H} | P^0 \rangle, \quad \bar{A} = \langle f_{CP} | \mathcal{H} | \bar{P}^0 \rangle$$

$$\Lambda = \frac{q}{p} \cdot \frac{\bar{A}}{A}$$

可以证明式 (6.56) 定义的表征混合和衰变干涉效应中 CP 破坏的参量 Λ 和相角的约定无关，或者换句话说， q/p 的相角约定依赖性和 \bar{A}/A 的恰好互相抵消。直接的 CP 破坏 ($\bar{A}/A \neq 1$) 和间接的 CP 破坏 ($|q/p| \neq 1$) 都意味着 $\Lambda \neq 1$ ，但是理论上尤为典型和有兴趣的是当 $|\Lambda| = 1$ ，而 $\Im \Lambda \neq 0$ 时的情况，因为这时的 Λ 是一个纯的相角，在计算中没有强相互作用的不确定性。后面将会看到中性 B 介子的许多衰变属于这种类型。若定义

$$A_{f_{CP}} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})}$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

$$\begin{aligned} & \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP}) \\ &= |A|^2 e^{-\Gamma t} \cdot \left[\frac{|A|^2 + 1}{2} - \frac{|A|^2 - 1}{2} \cos(\Delta M_B t) - \Im A \sin(\Delta M_B t) \right] \\ & \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) \\ &= |A|^2 e^{-\Gamma t} \cdot \left[\frac{|A|^2 + 1}{2} + \frac{|A|^2 - 1}{2} \cos(\Delta M_B t) + \Im A \sin(\Delta M_B t) \right] \end{aligned}$$

可以将这两个式子统一表示为 B 介子含时的衰变概率,

$$\mathcal{P}(t) = \frac{e^{-|\Delta t|/\tau_{B^0}}}{4\tau_{B^0}} \{1 + q \cdot [A_f \cos(\Delta M_B t) + S_f \sin(\Delta M_B t)]\}$$

其中定义了

$$A_f = \frac{|A|^2 - 1}{|A|^2 + 1}, \quad S_f = \frac{2\Im A}{|A|^2 + 1}$$

$\Delta t = t_{CP} - t_{tag}$, 是 B 介子的 CP 衰变顶点和标记 (tag) 顶点的时间差。q 是 b 夸克因子, 当实验上被标记的 B 介子是 $B^0(\bar{B}^0)$ 时, $q = +1(-1)$ 。不对称性的表达式则为

$$A_{f_{CP}} = \frac{(|A|^2 - 1) \cos(\Delta M_B t) + 2\Im A \sin(\Delta M_B t)}{|A|^2 + 1}$$

$$= A_f \cos(\Delta M_B t) + S_f \sin(\Delta M_B t)$$

3. B介子系统的混合与CP破坏

$$\begin{aligned} A_{f_{CP}} &= \frac{(|\Lambda|^2 - 1) \cos(\Delta M_B t) + 2\Im\Lambda \sin(\Delta M_B t)}{|\Lambda|^2 + 1} \\ &= A_f \cos(\Delta M_B t) + S_f \sin(\Delta M_B t) \end{aligned}$$

当 $A_f \neq 0$ 时, $\Gamma(B^0 \rightarrow f_{CP}) \neq \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f_{CP})$, 因此是直接的 CP 破坏。因为 $|q/p|_B \simeq 1$, 所以直接的 CP 破坏要求 $|A_f| \neq |\bar{A}_f|$, 当 A_f 是多于一个的具有不同 CP 位相的振幅之和时才有可能。

在 $|A_f| = |\bar{A}_f|$ 时可以有近似表达式

$$A_{f_{CP}} \xrightarrow{|\Lambda| \simeq 1} \Im\Lambda \sin(\Delta M_B t)$$

$|\Lambda| \simeq 1$ 的最干净模式是那些仅由一个弱相因子主导的过程, 这时

$$\frac{\bar{A}}{A} \simeq e^{-2i\phi}$$

基本上是一个纯相角。下面我们会讨论 B 介子系统中这样一些衰变的例子。遗憾的是在 K 介子系统中这一方法无效, 因为

$$\Im\Lambda(K \rightarrow \pi\pi) = \mathcal{O}(10^{-3})$$

太小了。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 当末态是CP本征态($f = f_{CP}$)时, 对 B_d^0 介子衰变和 B_s^0 介子衰变过程, 时间相关的CP不对称性 $a_{CP}(t)$ 分别被定义为

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(t)|_{B^0} &= \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)} = \mathcal{A}_f \cos(\Delta M_d t) + S_f \sin(\Delta M_d t), \\ \mathcal{A}(t)|_{B_s^0} &= \frac{\Gamma(\bar{B}_s^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(B_s^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}_s^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(B_s^0(t) \rightarrow f)} = \frac{\mathcal{A}_f \cos(\Delta M_s t) + S_f \sin(\Delta M_s t)}{\cosh\left(\frac{\Delta\Gamma_s}{2} t\right) + \mathcal{H}_f \sinh\left(\frac{\Delta\Gamma_s}{2} t\right)}, \end{aligned}$$

其中的 ΔM_q 和 $\Delta\Gamma_q$ 分别表示 B_q^0 介子的两个质量本征态的质量差和宽度差, 已经在前节定义。

♣ 上式中的直接CP破坏 $\mathcal{A}_f = \mathcal{A}_{CP}^{\text{decay}}$, 混合引起的CP破坏 $S_f = \mathcal{A}_{CP}^{\text{mix}}$ 和 \mathcal{H}_f 的定义分别为:

$$\mathcal{A}_f = \frac{|\lambda_f|^2 - 1}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad S_f = \frac{2\text{Im}\lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad \mathcal{H}_f = \frac{2\text{Re}\lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2},$$

其中的三个CP破坏物理量满足归一化关系: $|\mathcal{A}_f|^2 + |S_f|^2 + |\mathcal{H}_f|^2 = 1$, CP破坏参数 λ 包含了计算(10.78)式的不对称性所需的所有信息, 其定义为

$$\lambda_f = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f} = \eta_f e^{2i\phi} \frac{A(\bar{B}_q \rightarrow f)}{A(B_q \rightarrow f)}$$

其中 η_f 来自于定义 $CP|f_{CP}\rangle = \eta_f|f_{CP}\rangle$, 弱相角 $\phi_d = -\beta$, $\phi_s = -\beta_s$ 。

3. B介子系统的混合与CP破坏

♣ 一般地说，对一个衰变过程的振幅 $A(B_q^0 \rightarrow f)$ ，将有多个部分同时给出贡献。这些不同的部分可以是树图、QCD企鹅图或电弱企鹅图，它们一般具有不同的强和弱位相。如果对于给定的一个衰变振幅，这些部分的贡献的大小差不多，那么由于强子矩阵元计算比较大的不确定性，就难于精确地抽出CP破坏相因子。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

低能有效哈密顿量

♣ 对 B 介子混合与各种衰变过程的计算，目前人们已经建立了一套“低能有效哈密顿方法” [152]。其核心是算符乘积展开、威尔逊系数(Wilson coefficients)的计算与重整化群演化，以及强子矩阵元的计算。在标准模型理论框架下，大体上分为以下三个步骤[16]:

1. 首先利用算符乘积展开方法，把有效哈密顿量展开成定域四夸克算符和磁矩算符的线性迭加。在 m_W 标度计算单圈费曼图，积分掉 W^\pm , top 等重粒子，得到完整振幅 \mathcal{A}_{full} 。按照五夸克有效理论计算衰变振幅到所要求的阶得到有效理论的振幅 \mathcal{A}_{eff} ，并对场量等做重整化，消除发散。通过匹配(matching)得到 m_W 标度的威尔逊系数 $C(m_W)$ 。
2. 利用重整化常数确定算符的反常量纲。求解威尔逊系数所满足的重整化群方程，将 m_W 标度的威尔逊系数演化到低能标 $\mu \sim m_b$:

$$\mathbf{C}(\mu) = \mathbf{U}(\mu, m_W)\mathbf{C}(m_W).$$

其中 $\mathbf{U}(\mu, m_W)$ 是 10×10 的演化矩阵[152]。

3. 采用因子化方法，计算强子矩阵元 $\langle f | O_i | B_q \rangle$ 。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 以 $B \rightarrow M_1 M_2$ 两体强子非粲衰变过程为例，在考虑了树图和单圈图QCD和电弱贡献以后，其夸克层次的衰变过程是 $b \rightarrow q V^* \rightarrow q q' \bar{q}'$ ($q' = (u, d, s)$)，弱作用低能有效哈密顿量 \mathcal{H}_{eff} 的表达式可以写为[152]:

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \sum_{i=1}^2 C_i(\mu) [V_{ub} V_{uq}^* O_i^u(\mu) + V_{cb} V_{cq}^* O_i^c(\mu)] - V_{tb} V_{tq}^* \sum_{j=3}^{10} C_j(\mu) O_j(\mu) - V_{tb} V_{tq}^* [C_{7\gamma}(\mu) O_{7\gamma}(\mu) + C_{8g} O_{8g}(\mu)] \right\} + \text{H.c.},$$

其中 $q = d, s$, $G_F = 1.16639 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ 是费米常数。 O_i ($i = 1, \dots, 10$) 是定域4-夸克算符， $O_{7\gamma}$ 和 O_{8g} 是电磁偶和色磁偶算符， $C_i(\mu)$ 是经过重整化群演化以后得到的在能标 μ 处附近的威尔逊系数。

♣ 在标准模型理论框架下，可以写出 $B \rightarrow M_1 M_2$ 两体强子非粲衰变过程的振幅:

$$\mathcal{A}(B \rightarrow M_1 M_2) = \langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_i C_i(\mu) \langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle.$$

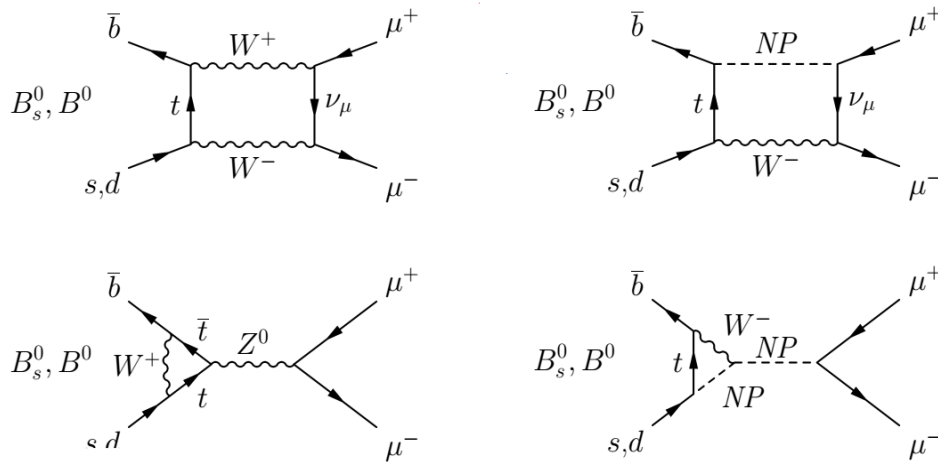
其中 V_i 是与具体衰变过程相对应的CKM矩阵元， $M_{1,2}$ 是两个末态强子， $C_i(\mu)$ 是威尔逊系数，它们的表达式（在NLO阶）是已知的。这样， $B \rightarrow M_1 M_2$ 衰变过程的衰变振幅的计算就可以归结为哈密顿量中有效算符强子矩阵元 $\langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle$ 的计算。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 对B介子衰变过程, 能标 $\mu_b \approx m_b$ 处在微扰和非微扰的交叉地带, 给B物理的研究带来很大的困难。到目前为止, 我们仍然没有找到一种完全自洽的方法, 从QCD第一原理出发去计算强子矩阵元 $\langle M_1 M_2 | O_i(\mu) | B \rangle$ 。其内在原因是QCD的色禁闭-强子化过程-是非微扰的。我们不得不采用因子化方法来做计算。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

$B_{s,d} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 纯轻子衰变过程



在标准模型（左侧图）和新物理模型（右侧图）框架下纯轻子衰变过程有贡献的单圈费曼图

对 $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 纯轻子衰变过程有贡献的典型单圈费曼图。考虑这些费曼图的可能贡献，经过计算可以得到 $B_q^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的衰变分支比的表达式：

$$Br(B_q^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{G_F^2 \alpha^2}{64\pi^3} f_{B_q}^2 \tau_{B_q} m_{B_q}^3 |V_{tb} V_{tq}^*|^2 \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_q}^2}} \times \left\{ \left(1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_q}^2}\right) |C_S - C'_S|^2 + \left| (C_P - C'_P) + 2 \frac{m_\mu}{m_{B_q}} (C_{10} - C'_{10}) \right|^2 \right\}$$

其中 $q = s, d$, $C_{S,P}$ 和 C_{10} 表示标准模型的威尔逊系数。在标准模型下, $C_{S,P}$ 很小, 可以忽略。威尔逊系数 C_{10} 其主要作用。 $C'_{S,P}$ 和 C'_{10} 表示对威尔逊系数的新物理修正。新物理粒子可以通过圈图在 m_W 能标处对威尔逊系数给出修正, 进而影响对衰变分支比的理论预言。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 根据分支比表达式，图-10.10，目前的理论计算和实验测量结果，我们对纯轻子衰变过程 $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 有以下几点讨论：

- (1) 在标准模型下的纯轻子衰变过程 $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 是圈图过程：包含电弱“企鹅图”贡献和“箱图”贡献。是被强烈压低的稀有衰变过程，对标量算符和赝标量算符的贡献敏感，对可能的新物理贡献敏感。

在新物理模型下，新粒子导致的圈图贡献可以对分支比给出大的增强。例如，在双希格斯模型(2HDM)和最小超对称模型框架下，新物理对分支比的贡献就正比于 $\tan^6(\beta)/m_A^4$ ，对大的 $\tan \beta \sim 50$ 取值，新物理增强可以达到1-2个量级。反过来说，对这些衰变道分支比的精确测量，可以对任何新物理模型的参数空间给出严格的限制。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

(2) 对 $B_q^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的衰变分支比, 文献[6]给出的标准模型理论预言为:

$$\begin{aligned} Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{SM} &= (3.66 \pm 0.23) \times 10^{-9}, \\ Br(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{SM} &= (1.06 \pm 0.09) \times 10^{-10}, \end{aligned}$$

主要的理论误差来源于 f_B 和 f_{B_s} 的不确定性。目前的世界平均值为[6]:

$$f_B = 194 \pm 10 \text{MeV}, \quad f_{B_s} = 227.6 \pm 5.0 \text{MeV}.$$

若使用这两个数值作为输入, 得到的标准模型理论值为

$$\begin{aligned} Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{SM} &= (3.1 \pm 0.2) \times 10^{-9}, \\ Br(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{SM} &= (1.1 \pm 0.1) \times 10^{-10}, \end{aligned}$$

♣ 比较 (两式中所给的 $Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$, 其中心值有明显的改变。这表明, 实际的理论误差比 (两式中所给的结果的理论误差要大。为了有效降低输入参数误差的传递带来的影响, 我们通常可以定义合适的比值, 例如定义分支比比值 \mathcal{R}_μ :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_\mu &= \frac{Br(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)}{Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)} = \frac{\tau_{B^0}}{\tau_{B_s^0}} \left(\frac{f_{B_d}}{f_{B_s}} \right)^2 \left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right|^2 \frac{M_{B_d} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_d}^2}}}{M_{B_s} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{m_{B_s}^2}}} \\ &= 0.0295^{+0.0028}_{-0.0025}. \end{aligned}$$

比值 \mathcal{R}_μ 的理论误差明显降低到10%以下。

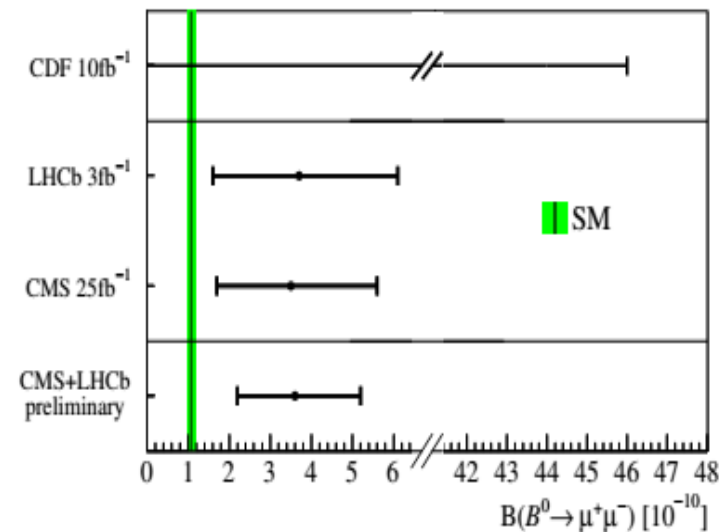
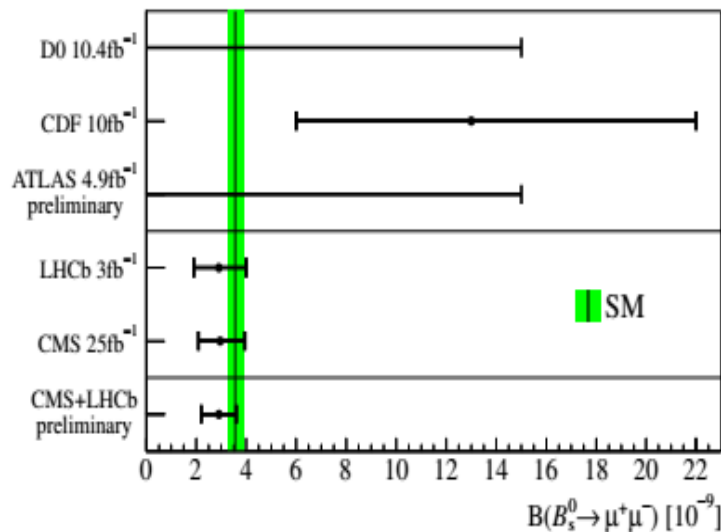
4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

(3) LHCb和CMS对他们在整个RUN-I期间采集的数据做了分析，分别给出了他们对这两个衰变道的实验测量结果。他们使用基本相同的分析方法。目前实验数据的平均值：

$$Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{exp} = (2.9 \pm 0.7) \times 10^{-9},$$

$$Br(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{exp} = (3.6_{-1.4}^{+1.6}) \times 10^{-10}.$$

从图-10.11可以看出，CDF、D0和ATLAS实验组的结果误差太大，对平均基本没有贡献。对分支比 $Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ ，实验平均值和标准模型理论预言在一个标准偏差范围内符合。对分支比 $Br(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ ，实验平均值的中心值比标准模型理论中心值大3.3倍。当然，由于实验误差太大，还不能确定实验上已经发现了这个衰变道。



4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

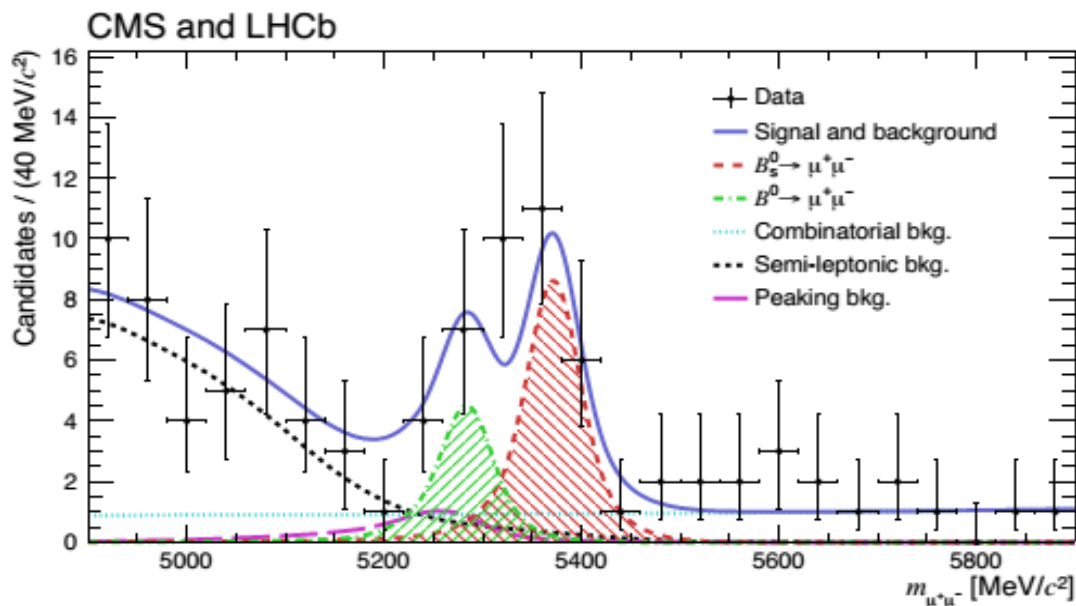
♣ 如图-10.12所示，2014年LHCb和CMS对数据重新做了优化的联合分析。如果使用SM理论分支比，那么两个组总数据的期望事例数是：

$$94 \pm 7 : B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-; \quad 10.5 \pm 0.6 : B_d^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-.$$

根据同时拟合得到的结果是：

$$\begin{aligned} Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{exp} &= (2.8_{-0.6}^{+0.7}) \times 10^{-9}, \\ Br(B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)^{exp} &= (3.9_{-1.4}^{+1.6}) \times 10^{-10}. \end{aligned}$$

对 $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 衰变，拟合结果的显示度是 6.2σ [159]。对 $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 衰变，拟合结果的显示度是 3.2σ [159]。30年来高能物理实验对纯轻子衰变分支比的测量范围提高了6个量级。



4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

- (4) 由于实验上测量的是时间平均(time-averaged: TA)的分支比, 对 $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 衰变, 在和标准模型理论值相比较时, 还要考虑 $\Delta\Gamma_s \neq 0$ 带来的影响因子:

$$Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)|_{\text{TH}} = \frac{1 - y_s^2}{1 + \mathcal{H}_f y_s} \times Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)|_{\text{TA}},$$

其中 $y_s = 0.088 \pm 0.014$, \mathcal{H}_f 在(10.78)式中已经定义。在这里 $\mathcal{H}_f = +1$ 。所以有

$$Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)|_{\text{SM,TA}} = \frac{1}{1 - y_s} \cdot Br(B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)|_{\text{SM,TH}} = (3.5 \pm 0.2) \times 10^{-9}.$$

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

半轻子衰变过程

♣ B_q 介子 ($q = u, d, s, c$) 的半轻子衰变过程在唯象上具有重要意义。这些过程末态产物中只有一个强子，它不会与末态中的轻子对发生强相互作用，降低了理论计算的误差，衰变振幅完全由形状因子决定。而这些半轻子衰变过程，尤其是通过味道改变中性流 (FCNC) 实现的衰变过程，由于对新物理参数敏感，对于检验标准模型和寻找新物理信号都起着重要作用。

♣ 另外我们也能通过 B 介子的半轻子衰变过程抽取 CKM 矩阵元 (例如 V_{ub} 和 V_{cb} 的抽取)。由于涉及到非微扰部分的贡献，对 $B_q \rightarrow M_i$ 跃迁形状因子 (Form factor) 的计算成了 B 介子半轻子衰变过程理论计算中最困难的部分。

♣ 现在一般采用 QCD 求和规则 [160]、重夸克有效理论 (HQET) [161]、格点 QCD [161]、微扰 QCD 因子化方法 [156] 以及相对论或者光前 (light front) 夸克模型等来计算形状因子。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

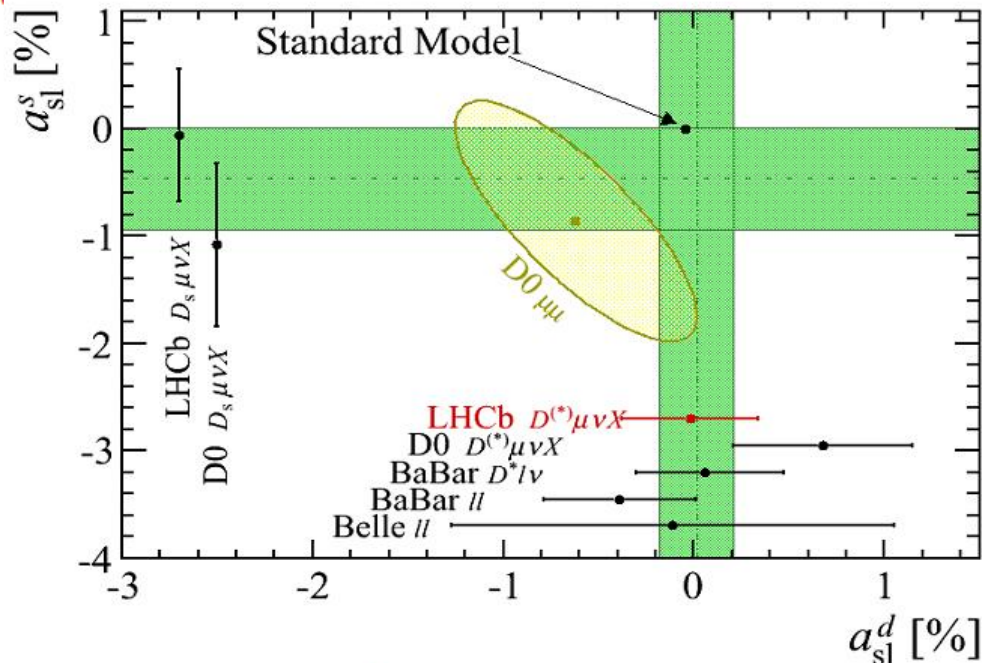
♣ 由于半轻子衰变至少是三体衰变，因而形状因子都是 q^2 的函数， q^2 是发射出去的轻子对的不变质量。在所有计算形状因子的方法中，HQET 和格点QCD 计算方法都是在最大 q^2 ，也就是末态介子零反冲的区域计算结果可靠，而其它大部分理论或者模型计算是在 $q^2 \sim 0$ 的区域才可靠。因而对于重夸克介子的半轻子衰变，就需要结合两方面的结果才能对整个衰变分支比做出准确预言。

♣ 在pQCD因子化方案下，由于将QCD 过程中的微扰与非微扰的部分分开处理，加之Sudakov 因子压低了非微扰区域的贡献，而横向动量 k_T 的保留则消除了部分子动量分数在端点区域的奇异行为，使得pQCD 因子化方法具有了计算强子矩阵元的能力，进而可以计算B介子系统的半轻子衰变过程。当然这是一种新的方法，还存在一些问题，需要做深入的研究。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 对B介子半轻子衰变过程，目前实验测量和理论计算有一些偏离，人们经常称这个为“反常”，但是实际上到目前为止的所有这些“反常”，还离给出确切新物理信号有一定距离，随着实验测量精度的提高和理论计算误差的减少，很多“反常”都不反常了。

♣ 其中一个此类“反常”是前面我们已经提到的D0实验组对 a_{SL}^d 和 a_{SL}^s 测量结果与标准模型的偏离。
D0实验组对 $B^0 \rightarrow \mu^+ D^{(*)} X$ 和 $B_s^0 \rightarrow \mu^+ D_s^{(*)} X$ 半轻子衰变过程的CP破坏 a_{SL}^d 和 a_{SL}^s 的实验测量结果与标准模型理论预言值有 3σ 的偏离，但BaBar、Belle和LHCb的实验测量结果和标准模型符合。



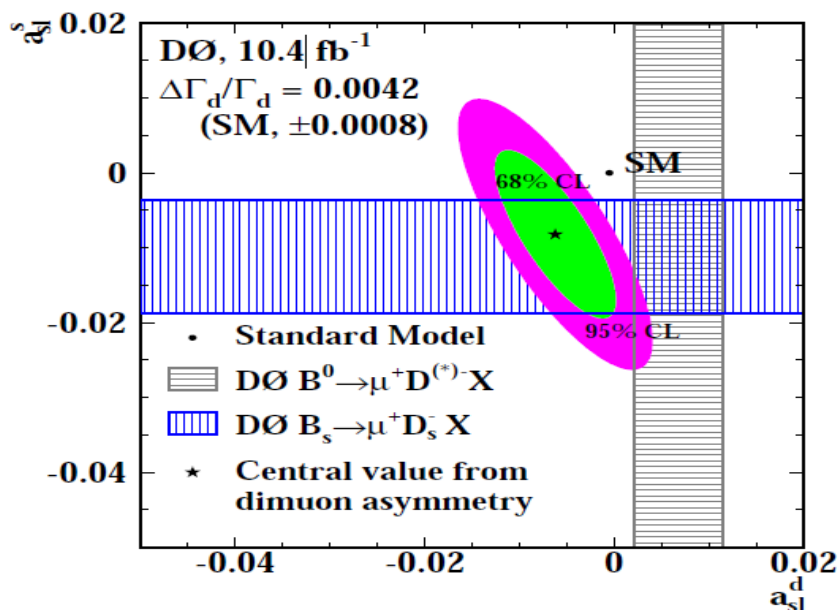
4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 在2014年的论文中[162], D0实验组使用他们的全部 10.4fb^{-1} 数据, 分析了单 μ 事例和同号双 μ 事例, 通过拟合得到的结果为:

$$\begin{aligned} a_{SL}^d &= (-0.62 \pm 0.43) \times 10^{-2}, & a_{SL}^s &= (-0.82 \pm 0.99) \times 10^{-2}. \\ \Delta\Gamma_d/\Gamma_d &= (+0.50 \pm 1.38) \times 10^{-2}, & \chi^2/d.o.f. &= 10.1/6. \end{aligned}$$

该结果与标准模型理论预言有 3.0σ 的偏离。

♣ 使用标准模型理论值 $\Delta\Gamma_d/\Gamma_d = 0.0042$ 作为输入, D0实验组在 $a_{SL}^d - a_{SL}^s$ 平面上给出了实验测量结果。从该图中可以清楚地看出D0结果和标准模型理论的“偏离”。如何解释这一“反常”, 需要进一步的研究。



以 $\Delta\Gamma_d/\Gamma_d = 0.0042 \pm 0.0008$ 作为输入, D0实验组给出的置信度为68%和95%的实验测量结果[162]。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 第二个此类“反常”是BaBar实验组发现的c “ $R(D^{(*)})$ 反常” [163]。2012年，BaBar 实验组用他们的全部数据对半轻子衰变过程 $B \rightarrow D\tau\bar{\nu}_\tau$ 和 $B \rightarrow D^*\tau\bar{\nu}_\tau$ 做了改进的新分析，公布了他们对相关衰变分支比和相应分支比比值 $R(D^{(*)})$ 的测量值[163]:

$$\mathcal{R}(D) = \frac{Br(B \rightarrow D\tau\nu)}{Br(B \rightarrow Dl\nu)} = 0.440 \pm 0.072,$$
$$\mathcal{R}(D^*) = \frac{Br(B \rightarrow D^*\tau\nu)}{Br(B \rightarrow D^*l\nu)} = 0.332 \pm 0.030,$$

其中 $l^- = (e^-, \mu^-)$ 。

♣ 在数据分析中作者已经考虑了同位旋对称性关系

$$\mathcal{R}(D^0) = \mathcal{R}(D^+) = \mathcal{R}(D), \quad \mathcal{R}(D^{*0}) = \mathcal{R}(D^{*+}) = \mathcal{R}(D^*)$$

但 BaBar 的结果比基于HQET的标准模型理论预言[161]大的多:

$$\mathcal{R}(D)^{SM} = 0.296 \pm 0.016, \quad \mathcal{R}(D^*)^{SM} = 0.252 \pm 0.003,$$

BaBar 结果与标准模型理论预言有 3.4σ 的偏差[161]。

♣ BaBar的实验结果公布后，引起了很多讨论，包括考虑新物理贡献影响。例如来自双希格斯二重态模型中的荷电希格斯玻色子的新物理贡献等[164]。在标准模型下，采用微扰QCD(pQCD)因子化方法，对 $B \rightarrow D^{(*)}l\nu$ 半轻子衰变过程做了研究，得到了与实验数据符合的pQCD理论预言，在标准模型框架下对“ $R(D^{(*)})$ 反常”给出了解释[165]。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

♣ 三个此类“反常”是所谓的“ V_{ub}/V_{cb} -puzzle” [166]: 也就是通过“inclusive”过程($b \rightarrow ul\nu$, $b \rightarrow cl\nu$)和通过“exclusive”过程($B \rightarrow \pi l\nu$ 和 $B \rightarrow D^{(*)}l\nu$)测量抽出的 V_{ub} , V_{cb} 的数值有明显的不同:

$$\begin{aligned} |V_{ub}|(\text{Incl}) &= (4.41 \pm 0.15) \times 10^{-3}, \\ |V_{ub}|(\text{Excl}) &= (3.28 \pm 0.29) \times 10^{-3}, \\ |V_{cb}|(\text{Incl}) &= (42.42 \pm 0.44 \pm 0.74) \times 10^{-3}, \\ |V_{cb}|(\text{Excl}) &= (38.99 \pm 0.49 \pm 1.17) \times 10^{-3}, \end{aligned}$$

♣ 由CKM-fitter 合作组给出的“Global-fit”的结果为[166]:

$$|V_{ub}|_{fit} = (3.43^{+0.25}_{-0.08}) \times 10^{-3}, \quad |V_{cb}|_{fit} = (41.4^{+2.4}_{-1.4}) \times 10^{-3}.$$

在过去的5年中, 多数此类“偏离”在逐渐减小, 但目前仍然大于 2σ 。

4. $B_{(s)}$ 介子典型衰变过程

强子衰变过程

♣ 在味物理和CP破坏研究领域，B介子的强子衰变过程是一类非常重要的衰变过程。1999年以来，人们已经对几百个 $B/B_s/B_c$ 介子的两体强子衰变过程做了测量。例如，通过对4个 $B \rightarrow K\pi$ 衰变道的研究，BaBar和Belle在2003年发现了B介子系统的CP破坏。近期的LHCb实验，又对 $B/B_s \rightarrow K\pi\pi$ 等3体衰变过程做了研究，给出了初步的结果。

♣ 众所周知，对B介子系统强子衰变过程理论计算的难点在于“强子矩阵元的计算”。过去的20年，人们已经提出多种“因子化方案”，对B介子的强子衰变过程做了系统、全面的研究。目前的重点是如何改进“因子化方案”，提供理论计算的精确度和可信度。对高阶修正(次领头阶，次次领头阶)的计算是目前的一个重要但是困难的研究方向。

♣ 在这一领域，也有几个长期存在的“反常”。例如 $\pi\pi$ 反常：亦即对三个 $B \rightarrow \pi\pi$ 衰变过程，关于 $Br(B \rightarrow \pi^+\pi^-)$ 和 $Br(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)$ 的标准模型理论预言和实验测量结果符合的较好。但对 $Br(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)$ ，标准模型理论预言值和实验测量值符合的不好。最新的Belle合作组的实验测量结果虽然变小了[167]，但是理论和实验的差距还是很大：

$$Br(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)^{pQCD} = (0.23^{+0.09}_{-0.07}) \times 10^{-6}, \quad (10.99)$$

$$Br(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)^{Belle} = (0.90 \pm 0.12 \pm 0.10) \times 10^{-6} \text{ at } 6.7\sigma. \quad (10.10)$$

要解释这些“反常”问题，还需要理论和实验双方面的共同努力[168]。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 如表-10.3所示，两个B介子工厂实验采集了大约 10^9 B介子对产生和衰变事例。LHC 实验实际上也是一个“强子B工厂实验”，可以提供 10^{11-12} 的各种“b夸克介子”($B/B_s/B_c$)产生和衰变事例。日本的超级B工厂实验和未来超高能对撞机实验均可以提供海量的“B介子”产生和衰变事例。这些高能物理实验，对重味物理研究提供了强劲的支持和推动。

Table: 10.3 在 e^+e^- 和 pp 对撞机上B介子对产生事例的基本参数[169]。

	e^+e^- PEPII, KEKB	e^+e^- Super-KEKB	$pp \rightarrow bbX$ LHC, 14Tev	$e^+e^- \rightarrow Z - bbX$ FCCee, CepC, 91GeV
$\sigma(bb)$	1nb	1nb	$\sim 500\mu b$	$\sim 7nb$
总事例数	10^9	5×10^{10}	10^{13}	$10^{11} - 10^{12}$
产生率	10Hz	400 Hz	$\sim 500k$ Hz	$\sim 1kHz$
纯度	$\sim 25\%$		$\sim 0.6\%$	$\sim 10\%$
pile-up	0		0.5 – 25	0
B content	$B^+(50\%), B^0(50\%)$		$B^+(40\%), B^0(40\%), B_s(10\%)$ $B_c(< 1\%),$ b-Baryon(10%)	
B boost	$\beta\gamma \sim 0.5$		大, 衰变顶点移动	large, $\beta\gamma \sim 7$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 在标准模型中，我们采用 3×3 的 CKM 矩阵 V_{CKM} 描写三代夸克之间的混合，这样就有三个独立的欧拉角和一个独立的 CP 破坏相角 δ 。CKM 混合矩阵[53]可以写为：

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

为简洁在下面使用符号 $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$, $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ 。注意到 CKM 矩阵中 $|V_{ub}| = s_{13}$, 只有一个混合角, 它的实验值非常之小, 据此可以将别的一些矩阵元也近似地用一个角度表示, 误差精度好于小数点后第四位。这些矩阵元是 $V_{ud} \simeq c_{12}$ 、 $V_{us} \simeq s_{12}$ 、 $V_{cb} \simeq s_{23}$ 和 $V_{tb} \simeq c_{23}$ 。在 V_{ub} 中 CP 破坏的相因子 δ 和一个小量 s_{13} 乘在一起, 这就显示在标准模型中 CP 破坏是一个小的效应, J_{CP} 可表示为,

$$J_{CP} = |\Im(V_{ij}V_{kl}V_{il}^*V_{kj}^*)|; \quad i \neq k, j \neq l. \quad J_{CP} = |s_{13}s_{23}s_{12}s_{\delta}c_{13}^2c_{23}c_{12}|.$$

在很多情况下为了方便, 我们可以把 (4.165) 式的 CKM 矩阵参数化作一个近似。因为实验上 $c_{13} > 0.99998$, 所以可将其近似取为 1, 同时在和数值较大的项比较时忽略掉 s_{13} 项的贡献, 得到,

$$V_{CKM} \simeq \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} & c_{12}c_{23} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} & c_{23} \end{pmatrix},$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

其中 s_{12} 就是卡比博角的正弦值, 实验上给出 $\lambda \equiv s_{12} \simeq 0.22$ 。同时实验表明 $s_{23} = \mathcal{O}(\lambda^2)$ $s_{13} = \mathcal{O}(\lambda^3)$, 因此可以很自然地定义 $s_{23} = A\lambda^2 s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$, 这里 A 、 ρ 和 η 都是 1 的量级。其余的按 λ 的幂次作展开就得到了 CKM 矩阵的 Wolfenstein 参数化形式,

$$V_{CKM} \simeq \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4). \quad \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

由此可以很清楚地看出混合矩阵的等级结构: 对角矩阵元接近于 1, V_{us} 和 V_{cd} 为 $\lambda \sim 20\%$ 的量级, V_{cb} 和 V_{ts} 为 4% 的量级, 而 V_{ub} 和 V_{td} 最小, 约为 1% 的量级。这里需要注意的是, 在 Wolfenstein 参数化下 J_{CP} 是 λ^6 的数量级, 因而超出了近似的精度。但是在 (6.124) 式中取 $i = u, j = d, k = t, l = b$, 仍然能得到正确的结果,

$$J_{CP} \simeq A^2\eta\lambda^6 \simeq 1.1 \times 10^{-4}A^2\eta.$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$$V_{CKM} \simeq \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

原则上讲, CKM 矩阵前两行的矩阵元都可以出现在直接的树图过程中, 即出现在含相应夸克的强子的弱衰变中。 CKM 矩阵元中 V_{ud} 的测量精度最高, $\sim 0.02\%$; 和 V_{us} 、 V_{cs} 和 V_{cb} 相关的可观测量精度也很高, 误差在 $(0.1 - 2)\%$; 而给出 V_{ub} 和 V_{cd} 测量的 $B \rightarrow \pi l \bar{\nu}$ 和 $D \rightarrow \pi l \bar{\nu}$ 过程的可观测量误差较大, $\sim 10\%$ 。利用 B 介子工厂实验之前的测量精度可以给出两个 Wolfenstein 参数 λ 和 A 为,

$$\lambda = |V_{us}| = 0.2205 \pm 0.0018, \quad A = |V_{cb}/V_{us}^2| = 0.80 \pm 0.04.$$

另外一个方面, V_{ub} 和 V_{td} 可以从 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合中测得, 具有 30% 的不确定性, 这就意味着 Wolfenstein 参数 ρ 和 η 存在着较大的不确定性。精确地测量这些参数将是对实验和理论两个方面的挑战, 也是 B 介子工厂实验测量的重要内容。

♣ 在次领头阶近似下, CKM 矩阵可以写为

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda + A^2\lambda^5(\frac{1}{2} - \rho - i\eta) & 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \lambda^4(\frac{1}{8} + \frac{A^2}{2}) & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) + A\lambda^5(\rho + i\eta) & -A\lambda^2 + A\lambda^4(\frac{1}{2} - \rho - i\eta) & 1 - \frac{A^2\lambda^4}{2} \end{pmatrix}.$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 对CKM矩阵与CP破坏的研究是标准模型精确检验的重要组成部分。在标准模型框架下，CKM矩阵的么正性导致6个么正三角形，其中一个与 $b \rightarrow d$ 跃迁关联的即为大家熟悉的么正三角形。在前面，我们已经给出了 3×3 的CKM矩阵 V_{CKM} ，精确到“领头阶”和“次领头阶”的矩阵表达式(Wolfenstein参数化，分别精确到 λ^3 和 λ^5 项)。在本节，我们将给出关于3个相角 (α, β, γ) 和CP破坏相位 ϕ_s 抽取的细节。

♣ 根据前面讨论，我们已经知道由CKM矩阵的么正性可以得到矩阵元 V_{ij} 所满足的12个方程。其中的6个方程在几何上对应6个复平面上的三角形。如图-10.14所示的3个么正三角形：分别对应 B_d^0 衰变， B_s 衰变和 D 介子衰变：

在夸克场不同的相位参数化下，三角形在复平面的去向会改变，但面积不变

$$|A_\Delta| = \frac{1}{2} J_{CP}$$

$$V_{ub}V_{ud}^* + V_{cb}V_{cd}^* + V_{tb}V_{td}^* = 0,$$

$$V_{ub}V_{us}^* + V_{cb}V_{cs}^* + V_{tb}V_{ts}^* = 0,$$

$$V_{cd}V_{ud}^* + V_{cs}V_{us}^* + V_{cb}V_{ub}^* = 0,$$

♣ 其中第一个方程对应的第一个么正三角形就是唯象上最感兴趣的与 $b \rightarrow d$ 跃迁相关的么正三角形，也就是我们习惯上所称的“么正三角形”。三个相角 (α, β, γ) 的定义可以写为：

$$\alpha = \arg \left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right), \quad \beta = \arg \left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right), \quad \gamma = \arg \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right)$$

显然，么正三角形相角满足的约束条件为： $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ 。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

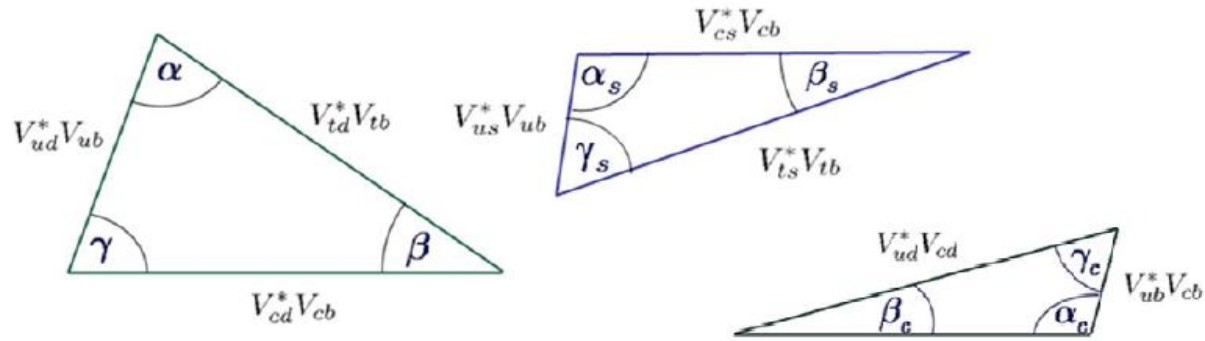
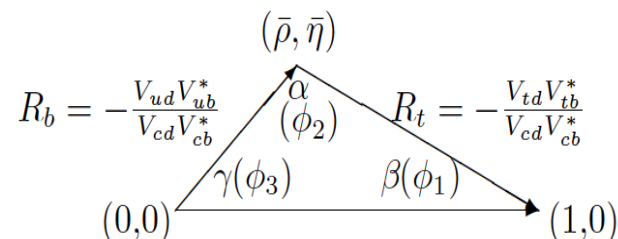


图 10.14: 根据CKM矩阵的么正性可以导出6个么正三角形。这是其中的3个么正三角形：分别对应 B_d^0 衰变， B_s 衰变和 D 介子衰变。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

从唯象学的观点来看，这六个三角形方程中最重要的是，

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0,$$



因为其中包含了目前了解得最不精确的一些 CKM 矩阵元。在标准的参数化中 $V_{cd}V_{cb}^*$ 是实数，用它除上式得，

$$-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} - \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} = 1,$$

其中，

$$\begin{aligned} -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} &= \frac{(1 - \lambda^2/2)A\lambda^3(\rho + i\eta)}{A\lambda^3} = (1 - \lambda^2/2)(\rho + i\eta) = \bar{\rho} + i\bar{\eta}, \\ -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} &= \frac{A\lambda^3(1 - \rho - i\eta)}{A\lambda^3} = 1 - \rho - i\eta = 1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta}, \\ \bar{\rho} &= (1 - \lambda^2/2)\rho, \quad \bar{\eta} = (1 - \lambda^2/2)\eta. \end{aligned}$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

我们采用 ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 的习惯记法。它们的三个幅角分别为，

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right), \\ \phi_2 &= \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right), \\ \phi_3 &= \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right).\end{aligned}$$

容易给出下面的一些关系式，

$$\begin{cases} \tan \phi_1 = \frac{\bar{\eta}}{1-\bar{\rho}}, & \tan \phi_3 = \frac{\bar{\eta}}{\bar{\rho}} = \frac{\eta}{\rho}, \\ \sin 2\phi_1 = \frac{2\bar{\eta}(1-\bar{\rho})}{(1-\bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2}, \\ \sin 2\phi_3 = \frac{2\bar{\eta}\bar{\rho}}{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{2\eta\rho}{\rho^2 + \eta^2}. \end{cases}$$

当么正三角形的三个内角不等于 0 或 π 时，也可以说么正三角形的面积不等于 0 时， \mathcal{CP} 就是破坏的。实际上由么正关系形成的所有三角形都具有相同的面积，它们正比于 $\Im(V_{cs}^*V_{us}V_{cd}V_{ud}^*)$ 。由此可见，标准模型允许通过用各种不同的方法测量么正三角形的角和边，或者二者的组合，实验观测值和理论预期的任何不相符都将是超出标准模型的动力学机制的信号。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

首先来看 R_b, R_t 的信息。 B 介子单举半轻子衰变轻子谱端点的测量给出,

$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = 0.08 \pm 0.01_{exp} \pm 0.02_{th},$$

因而,

$$R_b = \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = (1 - \frac{\lambda^2}{2}) \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = 0.35 \pm 0.09.$$

为了确定 R_t , 需要知道矩阵元 V_{td} 的值。它同样可以从 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合的实验信息中汲取, B 和 f_B 的值已有许多文献给出了计算结果。这里我们取,

$$f_B = 185 \pm 40 MeV,$$

与格点规范理论计算的 $B \simeq 1.08$ 结合得到,

$$B^{1/2} f_B = (200 \pm 40) MeV.$$

QCD 修正因子近似地可取为 $\eta_B = 0.55 \pm 0.01$ 。反解 (6.109) 式则得,

$$|V_{td}| = 8.53 \times 10^{-3} \left(\frac{200 MeV}{B^{1/2} f_B} \right) \left(\frac{170 GeV}{\bar{m}_t(m_t)} \right)^{0.76} \left(\frac{\Delta M_B}{0.465 ps^{-1}} \right)^{1/2}.$$

进一步取跑动的 t 夸克质量 $\bar{m}_t(m_t) = (170 \pm 15) GeV$, 利用 ΔM_B 的世界平均值,

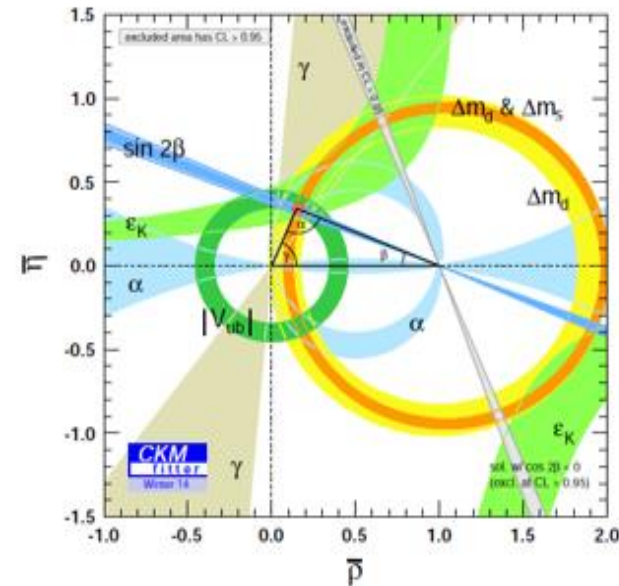
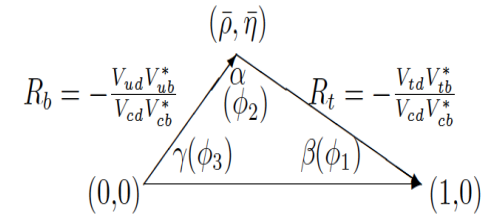
$$\Delta M_B = (0.465 \pm 0.024) ps^{-1},$$

给出,

$$|V_{td}| = (8.53 \pm 1.81) \times 10^{-3}.$$

这对应于 R_t 的取值区间为,

$$R_t = \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right| = 0.99 \pm 0.22.$$



5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

上面式给出了两个中心分别位于 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})=(0,0)$ 和 $(1,0)$ 的环形区域, 限制了 $\bar{\rho}$ 和 $\bar{\eta}$ 的取值范围。另外一个限制方程可以从 K 介子系统 CP 破坏的间接测量得到。由 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合中测得的 CP 破坏参数 ϵ_K 给出了一个双曲线型的限制方程, 其形状依赖于强作用参数 B_K , 理论上给出,

$$\bar{\eta} \left[A^2 \left(\frac{m_t}{m_W} \right)^{1.52} (1 - \bar{\rho}) + (0.69 \pm 0.05) \right] A^2 B_K \simeq 0.50.$$

由 (6.129) 式 $A = 0.80 \pm 0.04$ 。在过去的几年中对 B_K 的理论计算已经收敛到一个普遍接受的结果,

$$B_K = 0.75 \pm 0.15.$$

而且格点计算和 $1/N_c$ 展开所得到的两个结果互相吻合。 B_K 的早期计算结果偏低的原因也已经了解。

原则上讲, K 介子系统 $\Re(\epsilon'/\epsilon)$ 的测量可以独立于 ρ 给出 η 的取值。但是实际上实验的情况并不是非常明确, 理论上对 $\Re(\epsilon'/\epsilon)$ 的计算也具有较大的不确定性, 所以对 η 无法导出有用的确定值。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

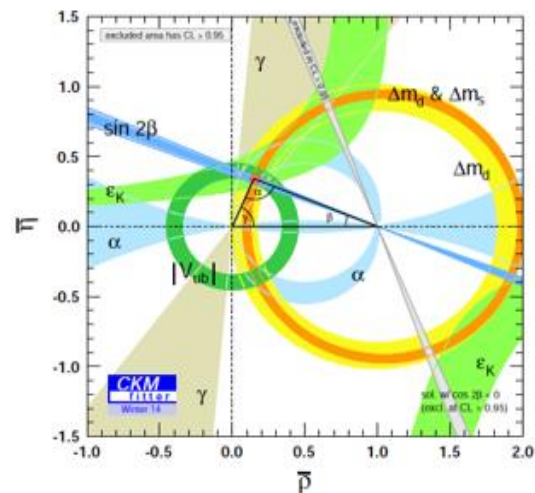
右图是 CKMFitter 合作组给出的 R_b 、 R_t 和 ϵ_K 测量在 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ 平面上的限制，显示了在 B 衰变、 $B_0 - \bar{B}_0$ 混合、以及 K 介子系统中 CP 破坏的理论和实验分析中的不确定性。Wolfenstein 参数仍然有很大的存在区域。例如 ϕ_1 角的容许区间为，

$$0.34 < \sin 2\phi_1 < 0.75,$$

这在实践上有重要的应用。下面将要讨论到 $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ 衰变，这是在 B 介子工厂中寻找 CP 破坏最被看好的模式。它的 CP 不对称性正比于 $\sin 2\phi_1$ ，因此发现 CP 破坏的前景如何将依赖于 $\sin 2\phi_1$ 是靠近它的上限还是下限。由此可以看到可靠地确定么正三角形的形状是非常重要的。

实际上人们对么正三角形的认知是逐渐变得越来越精确的， CP 破坏的探索将对标准模型给出严格的检验。如果图 6.6 中的三个约束带不重合当然就意味着新物理的出现。

还应该指出的是， CP 破坏除了可以由标准模型机制产生之外，还可以有别的一些超出标准模型的机制，已经有人讨论了如果存在第四代的轻子和夸克时可能产生的 CP 破坏效应。如果在标准模型的基础上引入两个以上的 $Higgs$ 场二重态，也可以产生自发的 CP 破坏效应。同时也有人讨论了右手流和超对称性理论中的 CP 破坏，这里我们就不展开讨论了。



5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 第二个么正三角形是唯一象上同样感兴趣的与 B_s 衰变相关的么正三角形。第三个么正三角形是与 D 介子衰变相关的么正三角形。对三个相角 (α, β, γ) 的实验测量，由PDG-2014给出的世界平均值为[1]:

$$\beta = (21.5 \pm 0.8)^\circ, \quad \gamma = (70 \pm 15)^\circ, \quad \alpha = (85.4^{+4.0}_{-3.9})^\circ.$$

$$V_{ub}V_{ud}^* + V_{cb}V_{cd}^* + V_{tb}V_{td}^* = 0,$$

$$V_{ub}V_{us}^* + V_{cb}V_{cs}^* + V_{tb}V_{ts}^* = 0,$$

$$V_{cd}V_{ud}^* + V_{cs}V_{us}^* + V_{cb}V_{ub}^* = 0,$$

♣ 对么正三角形的研究一直集中在两个方面:

- (1) 随着实验的进展，不断提高对3个相角 (α, β, γ) 的实验测量精度，验证么正三角形的么正性，证明标准模型CKM图像的正确性。以日本物理学家M. Kobayashi和T. Maskawa获得2008年诺贝尔物理学奖为标志，这一方面任务已经基本完成，今后要做的是继续提高精度。如表-10.4所示，对相角 (α, β, γ) 的实验测量误差将由目前的 $(\sim 4^\circ, 0.8^\circ, \sim 11^\circ)$ 降到Belle-II ($50ab^{-1}$ 数据量)的 $(1^\circ, 0.4^\circ, 1.5^\circ)$ (这大约需要10年时间)。
- (2) 根据高精度实验结果和对夸克混合和CP破坏的高精度理论研究，对各种新物理模型的参数空间给出严格的限制。通过寻找实验测量结果与标准模型之间的“偏离”，寻找新物理存在的信号或者证据。

例如，从1994年CLEO报告 $B \rightarrow X_s \gamma$ 实验测量结果开始，对每一个“新物理模型”都要算一下该模型的新粒子单圈图通过 $C_{7\gamma}$ 或者其它途径对衰变分支比 $Br(B \rightarrow X_s \gamma)$ 的新物理修正，以及由此而得到的限制。新物理探索目前已经逐步发展成为CKM矩阵研究的重要方向。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 首先考虑最优情况：当只有一种B介子衰变机制起主要作用，或者不同的部分具有相同的弱位相时，强子矩阵元和强位相就不出现在振幅比值 $|\bar{A}/A|$ 中，这时

$$\frac{A(\bar{B}^0 \rightarrow f)}{A(B^0 \rightarrow f)} = -\eta_f e^{-i2\phi_D}$$

是一个纯位相， ϕ_D 就是衰变振幅的弱位相， $\eta_f = \pm 1$ 是末态 f 的CP-宇称。所以，此类过程的CP破坏仅由(10.78)式中的第二项确定，

$$\lambda = -\eta_f \exp(i2\phi_M) \exp(-i2\phi_D), \quad |\lambda|^2 = 1.$$

在这个特例中， $\mathcal{A}_{CP}^{\text{decay}}(B \rightarrow f) \approx 0$ ，CP不对称性由 ϕ_M 和 ϕ_D 完全确定：

$$\mathcal{A}_{CP}(t, f) = \text{Im}\lambda \sin(\Delta Mt) = \eta_f \sin(2\phi_D - 2\phi_M) \sin(\Delta Mt).$$

所以，强子矩阵元就不再出现，弱位相的确定就不受强相互作用不确定性的影响。

♣ 当只有一个树图起主要作用时，因子 $\sin(2\phi_D - 2\phi_M)$ 中的 ϕ_D 是衰变振幅的弱位相， ϕ_M 对应 β 角，

$$\phi_D = \begin{cases} \gamma & b \rightarrow u \\ 0 & b \rightarrow c \end{cases} \quad \phi_M = \begin{cases} -\beta & B_d^0 \\ -\beta_s & B_s^0 \end{cases}$$

β_s 的理论预言值是 $\beta_s = \mathcal{O}(10^{-2})$ 。

♣ 当内线夸克为Top夸克的企鹅图起主要作用时，我们有

$$\phi_D = \begin{cases} -\beta & b \rightarrow d \\ 0 & b \rightarrow s \end{cases} \quad \phi_M = \begin{cases} -\beta & B_d^0 \\ -\beta_s & B_s^0 \end{cases}.$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

相角 β $\phi_1 = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right),$

ϕ_1 角在标准模型中的取值范围为 $10^\circ \leq \phi_1 \leq 35^\circ$, 在 B 介子工厂实验中通过 $B^0(\bar{B}^0) \rightarrow f_{CP}$ 衰变测量。依据 f_{CP} 衰变末态的不同, 可以分为三类。

(1) $b \rightarrow c\bar{c}s$ 过程, 诸如 $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow$ 粲偶素 + $K_S^0(K_L^0)$, 以及与之相对应的 K^* 模式, K^* 衰变到本征态 $K^* \rightarrow K_S^0\pi^0(K_L^0\pi^0)$, 费曼图见图 6.7。末态两个粒子的 CP 值为 $(-1)^L$, L 是两个粒子的相对角动量。当 B 衰变的两个末态粒子都具有非零的自旋时, 可以出现或正或负的角动量, 例如末态为两个矢量粒子 $J/\psi K^*$ 时, 就必须进行角分布分析以确定振幅的 CP 特性, 增加了物理分析的复杂性。如果末态是矢量 + 赝标量的组合, 物理分析就非常清晰简洁, 如下面作为例子将稍微详细讨论的 $J/\psi K_S^0$ 末态。

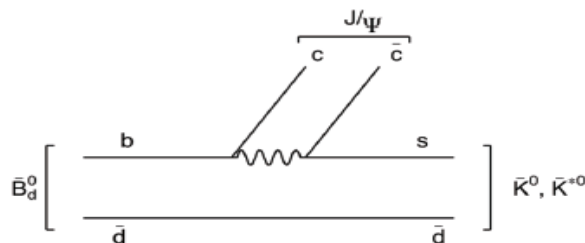
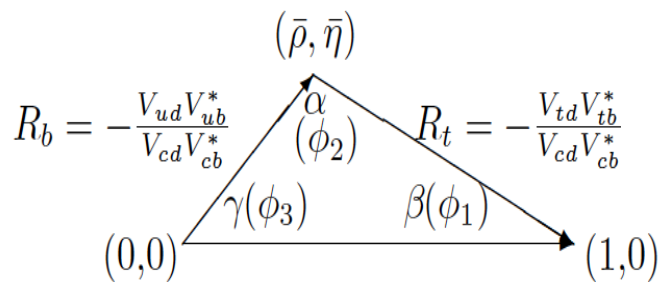


图 6.7: $B^0 \rightarrow$ 粲偶素 + $\bar{K}^0(K^{*0})$ 衰变树图, 它是色荷压制的 (第一类)。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

相角 β $\phi_1 = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right),$

(2) $b \rightarrow c\bar{c}d$ 过程, 如 $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow D\bar{D}, D\bar{D}^*, D^*\bar{D}, D^*\bar{D}^*$ 等, 费曼图示于图 6.8 中。以 $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow D^+D^-$ 为例, $\mathcal{CP}(D^+D^-) = +1$, 主导的树图振幅为

$$A(B_d \rightarrow D^+D^-) = \left(\frac{V_{tb}^*V_{td}}{V_{tb}V_{td}^*}\right) \left(\frac{V_{cd}^*V_{cb}}{V_{cd}V_{cb}^*}\right)$$

$$\Im A(B_d \rightarrow D^+D^-) = -\sin 2\phi_1$$

该模式由于树图是 CKM 压制的, 具有不同弱相位的企鹅图就变得很重要。这个效应是直接 \mathcal{CP} 破坏的一个例子, 导致 $|A_f| \neq 1$ 。不对称性表达式也要比前面式子

复杂。如果忽略这一复杂性, 得到的拟合值将会偏离正确值。偏离的大小依赖于树图相对于企鹅图贡献的比, 以及它们的相对弱相位。这些物理量的计算依赖于模型, 因而具有较大的不确定性, 特别是对能量如此低的强子效应。显然这将会使拟合得到的 $\sin 2\phi_1$ 具有显著的理论不确定性。不过通过与别的各种衰变道的数据进行比较, 可以限定模型的末态相互作用效应。此外, 对双矢量粒子末态 $D^*\bar{D}^*$, 也需要进行角分析以区分不同的 \mathcal{CP} 振幅。

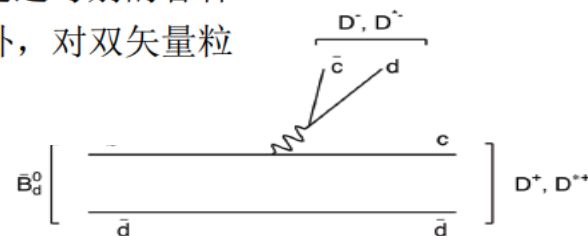
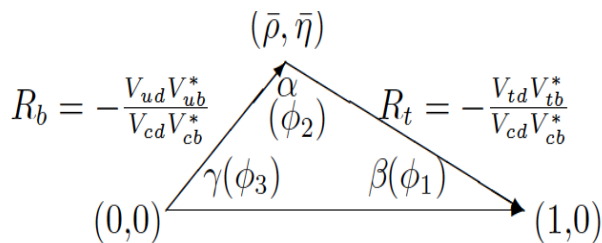


图 6.8: $\bar{B}_d^0 \rightarrow D^+D^-$ 衰变树图, 它是卡比博压制和色荷允许的 (第二类)。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

(3) $b \rightarrow s\bar{s}s, d\bar{d}s$ 过程, 有 $B_d^0(\bar{B}_d^0) \rightarrow \pi^0 K_S^0(K_L^0), \eta' K_S^0(K_L^0), \phi K_S^0(K_L^0)$ 等, 以及相应的把 K 换成 K^* 的过程, $K^* \rightarrow K_S^0 \pi^0(K_L^0 \pi^0)$ 。对该类的有些模式, 例如 $\phi K, \phi K^*$, 完全没有树图。对别的一些模式, $u\bar{u}s$ 树图的贡献可以进入相同的衰变模式, 但这类树图是色荷和卡比博双重压制的, 因而企鹅图的贡献是主导的。费曼图如图 6.9所示。对 $B_d^0 \rightarrow \phi K_S^0$ 衰变, 如果忽略卡比博压制的项, 不对称性可以由下式给出:

$$\begin{aligned} \Lambda(B_d^0 \rightarrow \phi K_S^0) &= - \left(\frac{q}{p}\right)_B \cdot \left(\frac{q}{p}\right)_K \cdot \frac{\bar{A}}{A} \\ &\simeq - \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*}\right) \left(\frac{V_{cs}^* V_{cb}}{V_{cs} V_{cb}^*}\right) \left(\frac{V_{cd}^* V_{cs}}{V_{cd} V_{cs}^*}\right) \end{aligned} \quad (6.158)$$

$$\Im \Lambda(B_d^0 \rightarrow \phi K_S^0) \simeq \sin 2\phi_1 \quad (6.159)$$

除了 ϕK 和 ϕK^* 以外, 其他模式在理论上不像第一类和第二类的模式那样清晰。对于像 ϕK^* 这样的双矢量末态, 同样需要作角分析。

还需要指出的是, 只有企鹅图的第三类模式中还应包括辐射的企鹅图跃迁 $B_d^0, \bar{B}_d^0 \rightarrow \gamma + K^*, K^* \rightarrow K_S^0 \pi^0(K_L^0 \pi^0)$, 虽然它的不对称性在标准模型中是很小的。

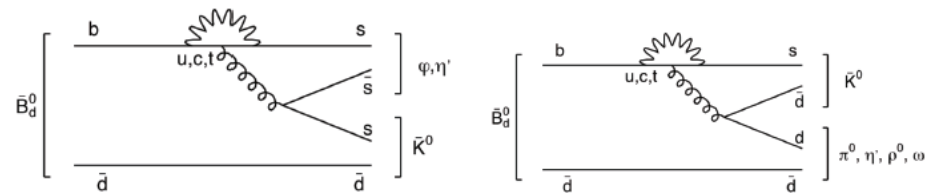


图 6.9: \bar{B}_d^0 衰变的企鹅图 (第三类)。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 由于新物理模型的重粒子可以通过企鹅图对相关过程给出新物理修正，所以通过树图过程和通过企鹅图过程抽取的 β 角的值可能不一样。我们可以通过精确测量并比较此类差别，发现新物理存在的信号。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 众所周知，第一类 $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S$ 衰变道是抽取 β 角的“黄金道”。该衰变过程的费曼图如图-10.15所示。在夸克层次的衰变是 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 和 $\bar{b} \rightarrow c\bar{c}\bar{s}$ 。对该衰变道，由于企鹅图和树图的弱相角 ϕ_D 几乎完全相同 ($\phi_D = 0$)，由(10.108)式可得

$$a_{CP}(t, J/\psi K_S) = -\sin(2\beta) \sin(\Delta M_d t), \quad (10.111)$$

由于对 $B_d \rightarrow J/\psi K_S$ 衰变的强作用的污染最小， CP 破坏的效应也大，所以这个道被称之为“黄金道”。在实验上，可通过 $J/\psi \rightarrow l^+ l^-$ 和 $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 得到清楚的末态信号。从实验的角度，要测量 $a_{CP}(t)$ ，需要知道 B 介子衰变的时间，这就需要产生的 B 介子是运动的，这就是 B 介子工厂设计中采用具有不同能量的 e^+ 和 e^- 束流的原因。

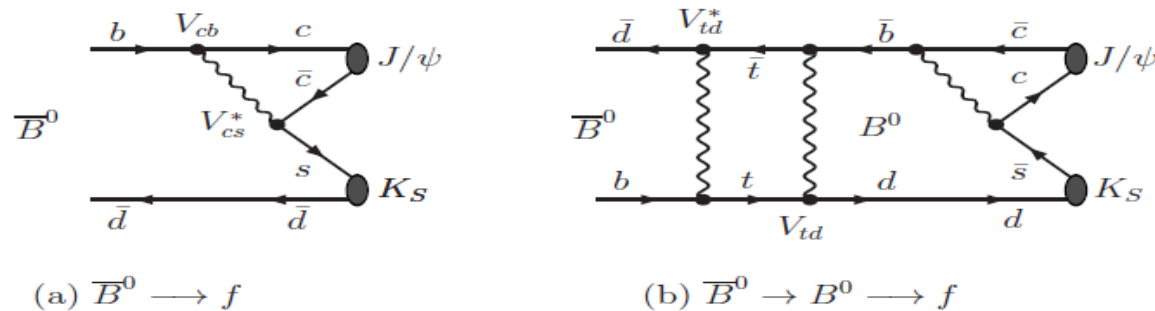


Figure: 10.15 $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ 衰变。(a) $\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S$ 树图；(b) $\bar{B}^0 \rightarrow B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ 混合-衰变费曼图。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$b \rightarrow c\bar{c}s$ 的精度最高: $B^0(\bar{B}^0) \rightarrow J/\psi K_S^0 \rightarrow l^+l^-\pi^+\pi^-$

现在以下面的衰变模式为例, 给出较详细的讨论,

$$\bar{B}^0(B^0) \rightarrow J/\Psi K_S,$$

前面已提到它基于 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 跃迁, 接下去还有 $K^0 - \bar{K}^0$ 的混合。末态的 CP 宇称为 -1 。树图和企鹅图一并示于图 6.11。树图的贡献占优, 其振幅正比于 $V_{cb}V_{cs}^* \sim \lambda^2$ 。企鹅图的贡献依赖于圈图中的夸克味道 q , 当 q 为 t (或 c) 时它正比于 $V_{tb}V_{ts}^*$ (或 $V_{cb}V_{cs}^*) \simeq \lambda^2$, 而当 q 为 u 时正比于 $V_{ub}V_{us}^* \simeq \lambda^4$ 。由于按照么正关系式有 $V_{tb}V_{ts}^* = V_{cb}V_{cs}^* + \mathcal{O}(\lambda^4)$, 因此企鹅图具有和树图非常接近相同的弱相因子,

仔细的估计表明强作用不确定性只有 10^{-3} 的量级。因此从理论上讲通过 $B^0 \rightarrow J/\Psi K_S$ 衰变测量 $\sin 2\phi_1$ 是 B 介子工厂实验中最干净的过程。实验测得 $|\Lambda_{c\bar{c}s}| = 0.950 \pm 0.049 \pm 0.026$, $A_{c\bar{c}s} \simeq 0$, 直接的 CP 破坏效应可以忽略。

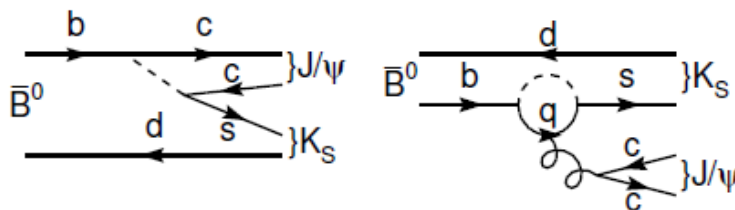


图 6.11: $\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_S$ 衰变的树图和企鹅图。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$$A_{J/\Psi K_S} = \frac{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_S) - \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_S)}{\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\Psi K_S) + \Gamma(B^0 \rightarrow J/\Psi K_S)} \simeq \Im \Lambda_{J/\Psi K_S} \sin(\Delta M_B t).$$

可以证明这时由于 $K^0 - \bar{K}^0$ 混合在 $\Lambda_{J/\Psi K_S}$ 中要增加一个因子,

$$\left(\frac{q}{p}\right)_K \simeq \frac{V_{cs} V_{cd}^*}{V_{cs}^* V_{cd}}.$$

因此,

$$\Lambda_{J/\Psi K_S} = -\left(\frac{q}{p}\right)_B \cdot \left(\frac{q}{p}\right)_K \cdot \frac{\bar{A}}{A} \simeq -\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \cdot \frac{V_{cs} V_{cd}^*}{V_{cs}^* V_{cd}} \cdot \frac{V_{cb} V_{cs}^*}{V_{cb}^* V_{cs}} = -e^{-2i\phi_1},$$

即有,

$$\Im \Lambda_{J/\Psi K_S} \simeq \sin 2\phi_1.$$

$$A_{J/\Psi K_S} = \sin 2\phi_1 \sin(\Delta M_B \Delta t).$$

图 6.12 给出的是 Belle 实验测得的 $q = \pm 1$ 事例和不对称性的 Δt 分布。
时间积分则给出,

$$A_{J/\Psi K_S}^{int} = \sin 2\phi_1 \cdot \frac{x_d}{1 + x_d^2},$$

因子 $x_d/(1 + x_d^2)$ 称为淡化因子 (dilution factor), 因为它的存在会降低实验测量的灵敏度。

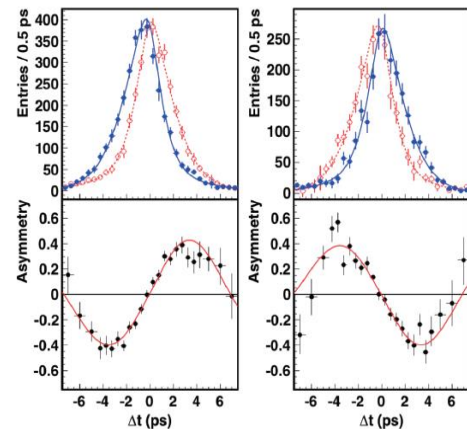


图 6.12: (上图) 高精度标记的 $q = +1$ (红色, 虚线) 和 $q = -1$ (蓝色, 实线) 事例; (下图) 不对称性分布。左边是 $(c\bar{c})K_S^0$ 事例, 右边是 $J/\psi K_S^0$ 事例。[2]

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

末态 $J/\Psi K_S$ 可以衰变到 $l^+l^-\pi^+\pi^-$, 末态粒子的鉴别非常容易, 所以通常把该反应模式称之为金制模式 (gold-plated mode)。此外当然也可以利用 $l^+l^-\pi^0\pi^0$ 模式的测量增加统计量, 提高测量精度。别的一些基于 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 跃迁的衰变道还有末态 CP 宇称为 -1 的,

$$\bar{B}^0(B^0) \rightarrow \chi_c K_S, \quad \eta_c K_S,$$

和末态 CP 宇称为 $+1$ 的,

$$\bar{B}^0(B^0) \rightarrow J/\Psi K_L, \quad \chi_c K_L, \quad \eta_c K_L,$$

这些过程的测量都将会提高 ϕ_1 角的统计精度。

Belle 对实验数据进行含时的拟合, 将 $B \rightarrow J/\Psi K_S^0, J/\Psi K_L^0, \Psi(2S)K_S^0$ 和 $\chi_{c1}K_S^0$ 道的拟合结果结合在一起, 给出,

$$\begin{aligned} \sin 2\phi_1 = S &= 0.668 \pm 0.023 \pm 0.013, \\ A &= 0.007 \pm 0.016 \pm 0.013. \end{aligned}$$

确实没有测到直接的 CP 破坏效应。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

对上面的讨论作一个归纳：由于在测量 ϕ_1 角的反应道中，领头项和次领头项的费曼图不包含 CKM 矩阵元 V_{ub} 和 V_{td} ，因此在衰变振幅中没有复数相位，本章前言中提及的衰变弱相角 $\phi_D = 0$ ，于是来自于混合的 CP 破坏参数 S 直接和 ϕ_1 角相连，即在标准模型中如下关系，

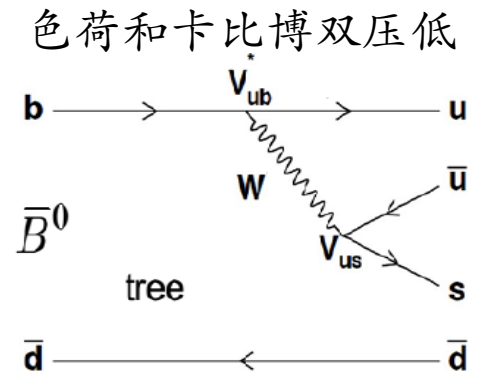
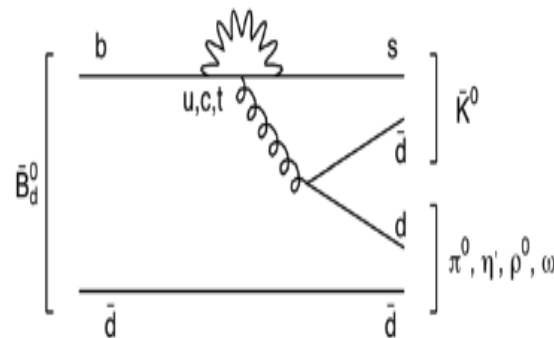
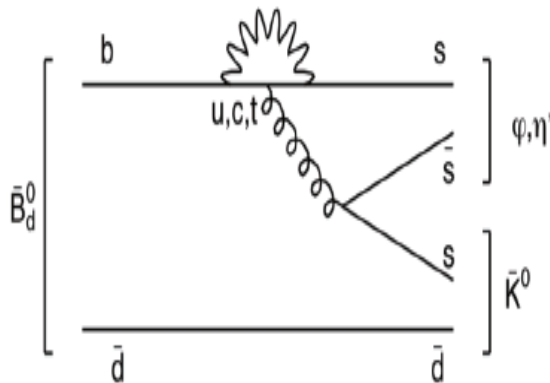
$$S = -\eta_{CP} \cdot \sin 2\phi_1, \quad A = 0.$$

$\eta_{CP} = \pm 1$ 是末态 f_{CP} 的 CP 宇称。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 如图-10.16所示，第二类的纯企鹅图表变道($b \rightarrow s\bar{s}s$)和企鹅图为主的衰变道有很多，两个末态强子可以是K介子与($\pi, \eta, \eta', \phi, \omega, \dots$)的可能组合。 $B_d^0 \rightarrow \phi K_S$ 纯企鹅图表变过程也是测量 β 角的好衰变道。对该道，内线为top夸克的企鹅图起主要作用，内线夸克为u和c夸克的企鹅图导致的污染比较小，可以忽略。因此该道也是一个好道，只是对 β 的测量精度要稍低一些。在此近似下，对该衰变道其“混合”CP破坏 $S_{\phi K_S}$ 可以写为：

$$S_{\phi K_S} = \text{Im} \left[\underbrace{\frac{\mathcal{M}_{12}}{\mathcal{M}_{12}^*}}_{\text{oscill}} \cdot \underbrace{\frac{\mathcal{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \phi K_S^0)}{\mathcal{A}(B^0 \rightarrow \phi K_S^0)}}_{\text{decay}} \right] = \text{Im} \left[\underbrace{\frac{V_{tb} V_{td}^*}{V_{tb}^* V_{td}}}_{\text{oscill}} \cdot \underbrace{\frac{V_{tb} V_{ts}^*}{V_{tb}^* V_{ts}}}_{\text{decay}} \right] = \sin(2\beta). \quad (10.112)$$

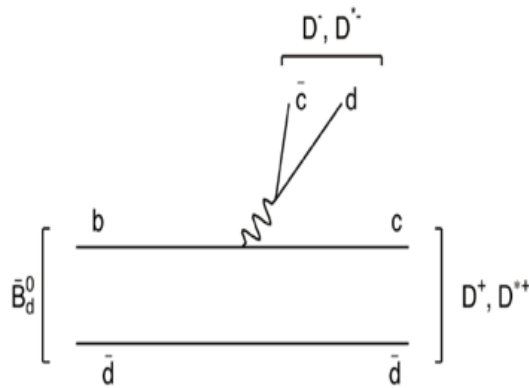


5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 还可以通过与 $b \rightarrow c\bar{c}d$ 衰变对应的 $B_d^0 \rightarrow D^+D^-$ 衰变道来测量 β 角。
在 $B_d^0 \rightarrow D^+D^-$ 衰变道中，

$$a_{CP}(t, D^+D^-) = -\sin 2\beta \sin(\Delta Mt). \quad (10.113)$$

但企鹅图贡献会带来大约 5 – 10% 的污染。



主导的数图振

$$\text{幅}(B_d \rightarrow D^+D^-) = \left(\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \right) \left(\frac{V_{cd}^* V_{cb}}{V_{cd} V_{cb}^*} \right),$$

$$\text{Im}\Lambda(B_d \rightarrow D^+D^-) = -\sin 2\phi_1.$$

其是CKM压制的，具有不同弱相位的企鹅图变得重要了，不对称表达式变得复杂

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 如图-10.17所示，根据对 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 树图衰变过程的实验测量得到的 $\sin(2\beta)$ 的世界平均值为[52]：

$$\sin(2\beta) = 0.68 \pm 0.02. \quad (10.114)$$

对 β 角的限制为

$$\beta = (21.5 \pm 0.8)^\circ \vee (68.5 \pm 0.8)^\circ, \quad (10.115)$$

并且关于 $\cos(2\beta)$ 的实验测量支持 $\beta \approx 21.5^\circ$ 。

♣ 如图-10.18所示，根据对 $b \rightarrow q\bar{q}s$ 企鹅图衰变过程的实验测量得到的 $\sin(2\beta)$ 的世界平均值为[52]：

$$\sin(2\beta) = 0.66 \pm 0.03. \quad (10.116)$$

在一个标准偏差范围内与(10.114)式结果符合。在2006年前后，通过树图过程和企鹅图过程测量得到的 $\sin(2\beta)$ 的数值曾经有 3σ 的偏离，导致了关于新物理修正的研究。但随着时间的推移和数据量的增加，该偏离逐渐减小到一个标准偏差以内。对其它相关衰变道的细节，读者可以查看HFAG合作组的网页[52]和那里给出的参考文献。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$$\sin(2\beta) \equiv \sin(2\phi_1) \quad \text{HFAG}$$

Moriond 2014
PRELIMINARY

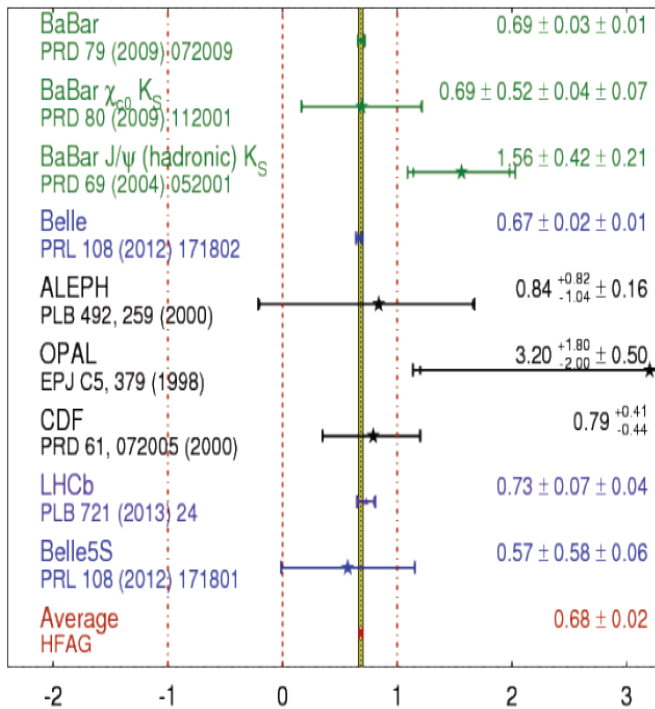


图 10.17: 对第一类 $b \rightarrow c\bar{s}$ 树图衰变过程, 由HFAG小组给出的根据BaBar、Belle、LHCb等实验测量结果得到的 $\sin(2\beta)$ 世界平均值[52]。

$$\sin(2\beta^{\text{eff}}) \equiv \sin(2\phi_1^{\text{eff}}) \quad \text{HFAG}$$

Moriond 2014
PRELIMINARY

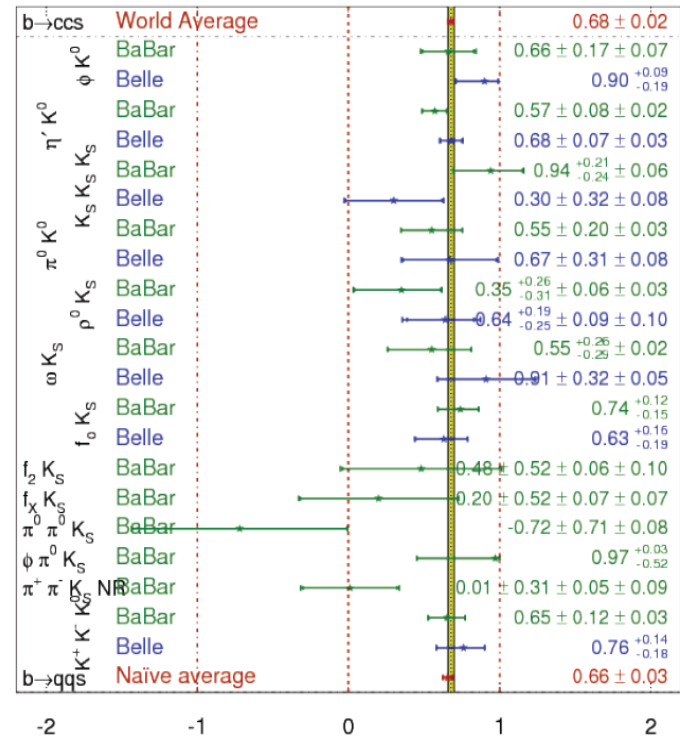


图 10.18: 对第二类 $b \rightarrow q\bar{q}s$ ($q = (u, d, s)$) 企鹅图衰变过程, 根据BaBar和Belle实验组的实验测量结果得到的 $\sin(2\beta)$ 世界平均值[52]。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 对相角 β 的测量主要来自于B介子工厂。如表-10.4所示, LHCb 和Belle-II 实验将能够有效提高实验测量精度。对 $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_s^0$ 和 $B_d^0 \rightarrow \eta' K_s^0$, 理论误差很小, 可以忽略。对B介子衰变过程的不同衰变道, 新物理贡献有很大的差别, 需要做具体的研究。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$$\alpha \text{项角} \quad \phi_2 = \arg \left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right)$$

♣ $B/\bar{B} \rightarrow \rho\pi, \pi\pi, \rho\rho, a_1\pi$ 衰变道是抽出相角 α 的主要衰变过程。其中 $B/\bar{B} \rightarrow \rho\pi$ 衰变道起主要作用。由不同的衰变道得到的相角 α 的值也有较大的差别。如图-10.19所示, $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 衰变包含树图和企鹅图的贡献。首先, 如果 $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 仅有 $b \rightarrow u$ 树图决定, 那么由(10.108)式可得

$$\Lambda_{\pi\pi} = \left(\frac{q}{p} \right)_B \cdot \frac{\bar{A}}{A} \simeq \frac{V_{tb}^*V_{td}}{V_{tb}V_{td}^*} \cdot \frac{V_{ub}V_{ud}^*}{V_{ub}^*V_{ud}} = e^{-2i\phi_1} e^{-2i\phi_3} = e^{2i\phi_2},$$

$$a_{CP}(t, \pi^+\pi^-) = -\sin(2\alpha) \sin(\Delta M_d t). \quad (10.117)$$

我们可以精确的抽取 α 角。但是, 由于 $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 衰变包含树图和企鹅图的贡献, 企鹅图会产生直接的 CP 破坏, 从而使得 \bar{A}/A 不是纯相位, 这时, 含时的 CP 不对称量为

$$a_{CP}(t, \pi^+\pi^-) = a_{dir} \cos(\Delta M_d t) + \sqrt{1 - a_{dir}^2} \sin(2\alpha + \theta_P) \sin(\Delta M_d t). \quad (10.118)$$

其中 $a_{dir} \sim 2\frac{P}{T} \sin(\delta)$, $\theta_P \sim \frac{P}{T} \cos(\delta)$; T 和 P 分别表示树图和企鹅图的振幅大小, δ 为强位相。对 $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 衰变道, $P/T \sim 20\%$, 企鹅图的贡献不能忽略。在 m_B 能标, 尽管直接的 CP 破坏小, 但企鹅图产生的 θ_P 并不小。因此, 如何压低企鹅图带来的污染是通过 $B \rightarrow \pi\pi$ 衰变道抽取 α 角的关键。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

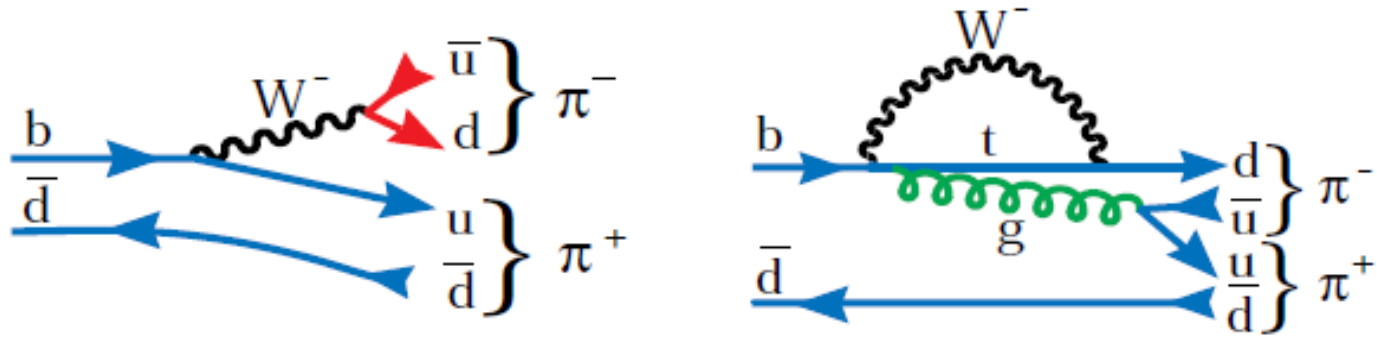


Figure: 10.19 $B_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 过程的费曼图: 左为树图, 右为企鹅图.

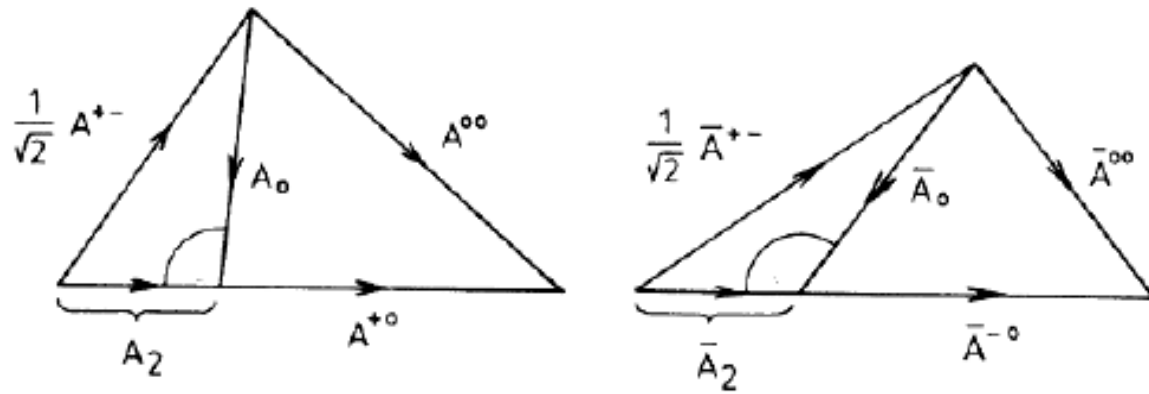


Figure: 10.20 $B \rightarrow \pi\pi$ 的三个衰变振幅之间的同位旋三角形关系[170].

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ M. Gronau 和 D. London 提出利用同位旋对称性[170]来消除企鹅图污染。这是一个模型无关的方法。利用我们在4.3.3节介绍的弱作用衰变中同位旋应用的方法，三个衰变过程 $B_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$ 和 $B_u^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ 的衰变振幅可以分别表示为

$$\begin{aligned} A^{+-}(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) &= \sqrt{2}(A_2 - A_0), && \text{树图有 } A_0 \text{ 和 } A_2 \text{ 的贡献,} \\ A^{00}(B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) &= 2A_2 + A_0, && \text{而企鹅图只有 } A_0 \text{ 贡献} \\ A^{+0}(B^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) &= 3A_2, && \end{aligned} \quad (10.119)$$

其中 A_0 , A_2 表示同位旋 $I = 0, 2$ 的衰变振幅。这三个振幅满足如图-10.20所示的同位旋三角形关系：

$$\frac{1}{\sqrt{2}}A^{+-} + A^{00} = A^{+0} = \bar{A}^{-0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{A}^{+-} + \bar{A}^{00}. \quad (10.120)$$

♣ 借助于上述同位旋关系和对三个 $B \rightarrow \pi\pi$ 道的实验测量值，可以抽取 α 角。目前 B 介子工厂实验和 LHCb 实验已经对 $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ 的 CP 破坏给出了较高精度的实验测量结果：

$$\begin{aligned} C_{CP}(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) &= -0.33 \pm 0.08 \pm 0.03, \\ S_{CP}(B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) &= -0.64 \pm 0.06 \pm 0.03. \end{aligned} \quad (10.121)$$

♣ 但对相角 α ，由 $B \rightarrow \pi\pi$ 衰变道给出的限制仍然比较弱：

- (1) 根据 Belle 的分析， $23.8^\circ < \alpha < 66.8^\circ$ 的取值范围被排除 (CL: 1σ)。
- (2) 根据 BaBar 的分析， α 角的取值范围是： $\alpha \in [71^\circ, 109^\circ]$ (CL: 68%)。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 对 $B \rightarrow (\rho^+\rho^-, \rho^+\rho^0, \rho^0\rho^0)$ 衰变道，可以通过对两个末态 ρ 介子的 4π 末态粒子的角分布分析抽取 α 角。在论文[171]中，Belle实验组使用全部772兆 $\Upsilon(4S)$ 数据，测量了分支比 $Br(B^0 \rightarrow \rho^0\rho^0)$ 和纵向极化分数 f_L ，进而通过对 $B \rightarrow \rho\rho$ 的三个衰变振幅的同位旋分析得到了对 α 角的限制：

两个矢量粒子末态是偶
CP和奇CP末态的混合

$$\alpha/\phi_2 = (84.9 \pm 13.5)^\circ. \quad (10.122)$$

♣ Belle同时发现，企鹅图污染比较小： $\Delta\alpha = (0.0 \pm 10.4)^\circ$ 。BaBar实验组对 $B \rightarrow \rho\rho$ 衰变过程做了同样的分析，得到的结果是

$$\alpha = (92.4_{-6.4}^{+6.0})^\circ. \quad (10.123)$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

实验上用于测量 ϕ_2 角的另一类很有意思的过程是,

$$\bar{B}^0(B^0) \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp, \quad a_1^\pm \pi^\mp.$$

这里末态虽然不是 CP 的本征态, 但它们在夸克的层次上是 CP 自共轭的, 因而 B^0 和 \bar{B}^0 能衰变到相同的末态。它的 CP 不对称性的产生方式和上述 CP 本征态时的相同, 只是由于末态不是 CP 的本征态, 多了一个淡化因子,

$$d_\zeta = \frac{2\zeta}{1+\zeta^2}, \quad \zeta = \frac{|A(\bar{B}^0 \rightarrow f)|}{|A(B^0 \rightarrow f)|}.$$

如果 f 是 CP 的本征态, $\zeta = 1$, 则 $d_\zeta = 1$ 。模拟结果表明在非对称 B 介子工厂实验中该道能够给出和 $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 可以比较, 甚至还要好的分析结果。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

根据对 $B \rightarrow \pi\pi, \rho\pi, \rho\rho, a_1\pi$ 衰变过程的研究得到的 α 相角的世界平均值和CKMfitter 合作组给出的拟合结果分别为：

$$\alpha^{\text{WA}} = (85.4^{+4.0}_{-3.9})^\circ, \quad \alpha^{\text{Fit}} = (93.6^{+3.2}_{-2.9})^\circ \quad (10.124)$$

这些结果符合标准模型的期望值。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

相位 γ $\phi_3 = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right)$

理论上, $\sin 2\phi_3$ 角可以由 $B_s^0 = (b\bar{s})$ 和 \bar{B}_s^0 的衰变模式测得, $b \rightarrow u\bar{u}d$ 跃迁

$$\boxed{\bar{B}_s^0(B_s^0) \rightarrow \rho^0 K_S} \quad \Lambda_{\rho K_S} = \left(\frac{q}{p}\right)_{B_s} \cdot \left(\frac{q}{p}\right)_K \cdot \frac{\bar{A}}{A} \simeq \frac{V_{tb}^*V_{ts}}{V_{tb}V_{ts}^*} \cdot \frac{V_{cs}^*V_{cd}}{V_{cs}V_{cd}^*} \cdot \frac{V_{ub}V_{ud}^*}{V_{ub}^*V_{ud}} = e^{-2i\phi_3} \quad \blacktriangleright \quad \text{Im}\Lambda_{\rho K_S} \simeq -\sin 2\phi_3.$$

♣ 由于企鹅图的贡献相对较大, 强作用不确定性大, 且不能通过同位旋分析方法予以减小。

♣ $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ 混合的问题, 目前在95%的置信度下给出的标准模型下混合强度参数为,

$$x_s = \frac{\Delta M_{B_s^0}}{\Gamma_{B_s^0}} > 14.0,$$

比 x_d 大得多。实验中就会掩盖由适度罗仑兹增强所产生的CP 不对称性

♣ 对于B 工厂, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ 对不能在 $Y(4s)$ 态产生, 需运行在 $Y(5s)$ 能区, 产生截面小
普遍相信 $B \rightarrow DK$ 衰变的幅度分析是用来抽取 γ/ϕ_3 角的理想过程

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

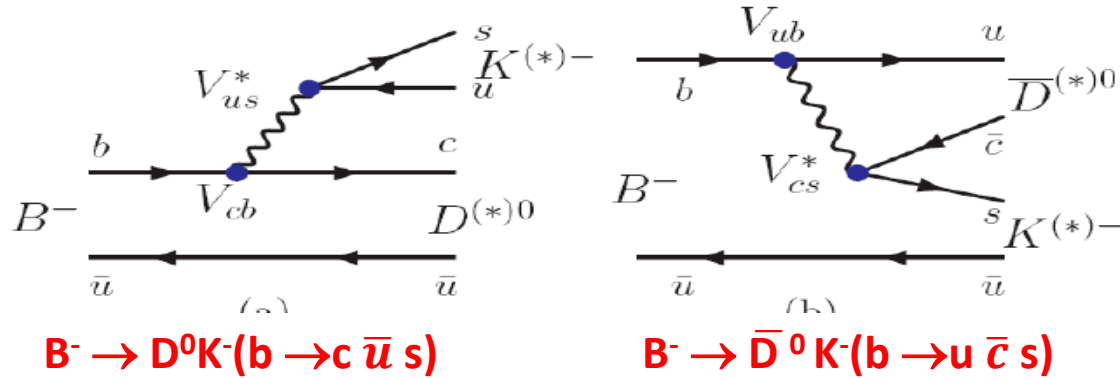


图 10.21: $B^- \rightarrow D^0 K^-, \bar{D}^0 K^-$ 或者 $B^- \rightarrow (D^{*0} K^{*-}, \bar{D}^{*0} K^{*-})$ 衰变过程的费曼图。

带电 B 介子的衰变, $B^- \rightarrow D^0 K^- (b \rightarrow c \bar{u} s)$ 和 $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^- (b \rightarrow u \bar{c} s)$ 振幅的干涉给出 ϕ_3 角的测量, 因为这两个衰变过程的弱相位差就是 ϕ_3 角, 可写为 $A(B^- \rightarrow D^0 K^-) = A_c e^{i\delta_c}$, $A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) = A_u e^{i(\delta_u - \phi_3)}$; 记 f 为 D 介子的衰变末态, 则有 $A(D^0 \rightarrow f) = A_f e^{i\delta_f}$, $A(\bar{D}^0 \rightarrow f) = A_{\bar{f}} e^{i\delta_{\bar{f}}}$, 这里 A_c 、 A_u 、 A_f 和 $A_{\bar{f}}$ 都是正实数。 $B^- \rightarrow [f]_D K^-$ 的衰变振幅和几率可写为,

$$\begin{aligned}
 A(B^- \rightarrow [f]_D K^-) &= A_c A_f e^{i(\delta_c + \delta_f)} + A_u A_{\bar{f}} e^{i(\delta_u + \delta_{\bar{f}} - \phi_3)}, \quad (6.187) \\
 \Gamma(B^- \rightarrow [f]_D K^-) &= A_c^2 A_f^2 [A_f^2 / A_{\bar{f}}^2 \\
 &\quad + r_B^2 + 2r_B A_f / A_{\bar{f}} \text{Re}(e^{i(\delta_B + \delta_D - \phi_3)})].
 \end{aligned}$$

这里定义了 $b \rightarrow c \bar{u} s$ 和 $b \rightarrow u \bar{c} s$ 的振幅比 $r_B = |A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) / A(B^- \rightarrow D^0 K^-)| = A_u / A_c$, 强相角差 $\delta_B = \delta_u - \delta_c$, $\delta_D = \delta_f - \delta_{\bar{f}}$ 。对于电荷共轭的 B^+ 的衰变模式, 只需将上式的 ϕ_3 换成 $-\phi_3$ 即可。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_a &\propto V_{cb}V_{us}^* \sim A\lambda^3, \\
 \mathcal{A}_b &\propto \frac{1}{N_c} V_{ub}V_{cs}^* \sim \frac{1}{3}A\lambda^3 \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} e^{-i\gamma},
 \end{aligned}$$

色压低

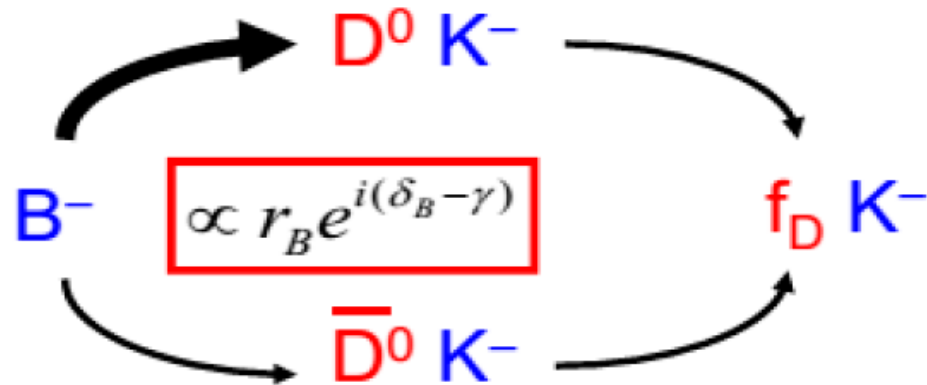
如果定义 $\mathcal{A}_{a,b}$ 的模的比值和其强相位差为 r_B 和 δ_B , 那么有

$$r_B = |\mathcal{A}_b/\mathcal{A}_a| \sim \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2}/3.$$

使用 $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ 的世界平均值[1,52]可以估算出： $r_B \sim 0.1$ 。这里可以看出，虽然这些模型无关的方法理论不确定性大大减少，但是，由于 r_B 数值太小，对于从实验上同时精确测量出这么小的量和两个振幅的强相角的差 δ_B 是一个巨大的挑战。

- ♣ 对于电荷共轭的 B^+ 的衰变模式，只需将上式的 ϕ_3 换成 $-\phi_3$ 即可。
- ♣ 上述讨论同样适用于 $B^\pm \rightarrow D^{*0}K^\pm, B^\pm \rightarrow D^0K^{*\pm}$ ，以及味标记的中性B介子衰变过程 $B \rightarrow D^0K^{*0}$ ，
- ♣ 对中性B介子衰变 r_B 可大0.4，但由于产额很低，所以和带电B介子的衰变相比较并没有竞争性。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取



♣ 通过对两个振幅 A_a 和 A_b 之间的干涉的研究，可以抽出 γ 相角，常用的分析方案有三种：

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

GLW 方法

格罗瑙、伦敦和惠勒 (M. Gronau, D. London, D. Wyler, GLW) 等人建议 D 介子通过它的 CP 本征衰变进行重建, 可以定义 CP 宇称为 $+1(-1)$ 的本征态,

$$D_{\pm}^0 = \frac{D^0 \pm \bar{D}^0}{\sqrt{2}}.$$

只有树图参加;
没有企鹅图贡献

如 CP 为 $+1$ 的衰变 $D_+^0 \rightarrow K^+K^-, \pi^+\pi^-,$ CP 为 -1 的衰变 $D_-^0 \rightarrow K_S^0\pi^0, K_S^0\omega, K_S^0\phi$ 等。这时 $A_f/A_{\bar{f}} = 1, \delta_D = 0$ ($CP=+1$ 时) 或 π ($CP=-1$ 时), 因此 (6.188) 式变为,

$$\Gamma(B^- \rightarrow [f_{\pm}]_D K^-) = A_c^2 A_{f_{\pm}}^2 (1 + r_B^2 + 2r_B \cos(\delta_B - \phi_3)).$$

图 6.14 显示了各衰变振幅之间的关系。

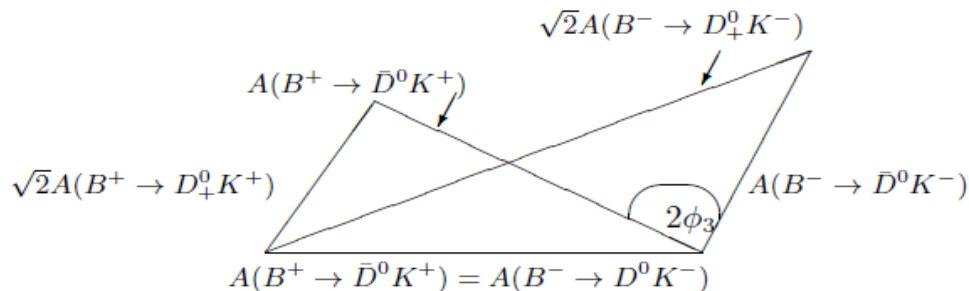


图 6.14: 用以确定 ϕ_3 角的 6 个 $B \rightarrow DK$ 衰变振幅

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

可定义如下的不对称性 A_{\pm} 和事例率 R_{\pm} 可观测量,

$$\begin{aligned} A_{\pm} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}^0 K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}^0 K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}^0 K^+)} \\ &= \frac{\pm 2r_B \sin \delta_B \sin \phi_3}{1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos \delta_B \cos \phi_3}, \\ R_{\pm} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}^0 K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0 K^+)} \\ &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}^0 K^+)}{2\Gamma(B^- \rightarrow D^0 K^-)} \\ &= 1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos \delta_B \cos \phi_3. \end{aligned}$$

上面的公式通常又被表示为如下的三个独立物理量,

$$\begin{aligned} x_{\pm} &= r_B \cos(\delta_B \pm \phi_3) = \frac{R_+(1 + A_+) - R_-(1 + A_-)}{4}, \\ r_B^2 &= \frac{R_+ + R_- - 2}{2}. \end{aligned}$$

从 A_{\pm} 和 R_{\pm} 的测量抽取 ϕ_3 角具有 8 重不确定性, r_B 也有较大的误差, 因而仅靠该方法本身对 ϕ_3 角的限制是比较差的, 但是结合下面讲的达利兹方法给出的测量结果, 将可以大大改进 r_B, δ_B 和 ϕ_3 角的确定。两个 B 介子工厂实验组 Belle 和 BABAR 都给出了 GLW 分析的物理结果。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

ADS 方法

GLW 方法的一个不足之处在于, $B^- \rightarrow D_{CP}K^-$ 和 $B^+ \rightarrow D_{CP}K^+$ 衰变几率的 CP 不对称性相对比较小, 因而观测结果具有较大的系统误差。为此阿特伍德、度尼兹和索尼 (D. Atwood, I. Dunietz, A. Soni, ADS) 等人建议利用 D^0 介子卡比博允许和双卡比博压制的衰变道, 如 $D^0 \rightarrow K^-\pi^+$ 和 $\bar{D}^0 \rightarrow K^-\pi^+$ 。在衰变过程 $B^+ \rightarrow [K^-\pi^+]_{D^0}K^+$ 和 $B^- \rightarrow [K^+\pi^-]_{D^0}K^-$ 中被压制的 B 衰变接着是卡比博允许的 D^0 衰变, 而允许的 B 衰变接着的是卡比博双压制的 D^0 衰变, 因此它们的干涉振幅大小相近, 预期可以导致较显著的 CP 不对称性。由 (6.188)

式可以导出,

$$\begin{aligned}R_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow [K^+\pi^-]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^-\pi^+]_D K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow [K^-\pi^+]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^+\pi^-]_D K^+)} \\ &= r_B^2 + r_D^2 + 2r_B r_D \cos \phi_3 \cos \delta, \\ A_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow [K^+\pi^-]_D K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow [K^-\pi^+]_D K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow [K^+\pi^-]_D K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow [K^-\pi^+]_D K^+)} \\ &= 2r_B r_D \sin \phi_3 \sin \delta / R_{ADS}.\end{aligned}$$

这里 r_D 定义为 D 介子双卡比博压制和卡比博允许的振幅之比,

$$r_D = \left| \frac{A(D^0 \rightarrow K^+\pi^-)}{A(D^0 \rightarrow K^-\pi^+)} \right| = (5.78 \pm 0.08)\%.$$

r_B 在 10% 左右, δ 是 B 和 D 衰变强相角之和 $\delta = \delta_B + \delta_D$ 。

ADS 方法的致命缺点是分支比太小, 确定的测量结果需要积累足够大的实验统计量

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

达里兹 (或称为 GGSZ) 方法

对 D 介子的三体衰变, 如 $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$, D^0 和 \bar{D}^0 的衰变振幅可以表示为 $A_f e^{i\delta_f} = f(m_-^2, m_+^2)$ 和 $A_{\bar{f}} e^{i\delta_{\bar{f}}} = f(m_+^2, m_-^2)$, m_+^2 和 m_-^2 是 $K_S^0 \pi^+$ 和 $K_S^0 \pi^-$ 的不变质量平方。这时 (6.188) 式的几率变为,

$$\begin{aligned} \Gamma(B^\mp \rightarrow [K_S^0 \pi^+ \pi^-]_D K^\mp) &\propto |f(m_+^2, m_\mp^2)|^2 + r_B |f(m_\pm^2, m_\mp^2)|^2 \\ &+ 2r_B |f(m_+^2, m_\pm^2)| |f(m_\pm^2, m_\mp^2)| \cos(\delta_B + \delta_D(m_+^2, m_\pm^2) \mp \phi_3). \end{aligned} \quad (6.197)$$

$\delta_D(m_+^2, m_\pm^2)$ 是 $f(m_\pm^2, m_\mp^2)$ 和 $f(m_+^2, m_\pm^2)$ 之间的强相角差。振幅 $f(m_\pm^2, m_\mp^2)$ 可以通过对大统计量的味标记 D^0 介子在两维平面上的达里兹分析得到, 因而上式中的待测参数只有 ϕ_3, δ_B 和 r_B 。该方法的优点在于, $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 衰变有比较大的分支比 ($\sim 3\%$), 而且信号事例产额与物理参数之间的关系随达里兹平面上的位置而改变, 使得对 ϕ_3 角的测量只有两重不确定性, 即 ϕ_3 或 $\phi_3 + 180^\circ$ 。

实验分析按照 (6.197) 式进行最大似然法拟合, 提取 ϕ_3, δ_B 和 r_B 的测量值时发现, r_B 的统计误差会被高估, 而 ϕ_3, δ_B 的统计误差会被低估, 所以又可以定

义卡迪尔坐标量,

$$\begin{aligned} x_\pm &= \Re[r_B e^{i(\delta_B \pm \phi_3)}] = r_B \cos(\delta_B \pm \phi_3), \\ y_\pm &= \Im[r_B e^{i(\delta_B \pm \phi_3)}] = r_B \sin(\delta_B \pm \phi_3). \end{aligned}$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

将 (6.197) 式改写为,

$$\Gamma(B^\mp \rightarrow D^0[\rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-]K^\mp) \propto |f(m_\mp^2, m_\pm^2)|^2 + (x_\mp^2 + y_\mp^2)|f(m_\pm^2, m_\mp^2)|^2 \\ + 2\{x_\mp \Re[f(m_\mp^2, m_\pm^2)f(m_\pm^2, m_\mp^2)^*] + y_\mp \Im[f(m_\mp^2, m_\pm^2)f(m_\pm^2, m_\mp^2)^*]\}. \quad (6.199)$$

最后用概率统计的方法从 x_\pm 和 y_\pm 提取出物理参数 ϕ_3, δ_B 和 r_B 。目前 Belle 给出的测量结果为,

$$\begin{aligned} \phi_3 &= (77.3_{-14.9}^{+15.1} \pm 4.2 \pm 4.3)^\circ, \\ r_B &= 0.145 \pm 0.030 \pm 0.011 \pm 0.011, \\ \delta_B &= (129.9 \pm 15.0 \pm 3.9 \pm 4.7)^\circ. \end{aligned} \quad (6.200)$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 采用GLW/ADS方案，BaBar、Belle和LHCb实验组均对 $B^\pm \rightarrow D[\rightarrow h^+h^-]h^\pm$ ($h = K, \pi$)衰变过程做了研究。LHCb实验组考虑了 $B^\pm DK^\pm$ 和 $B^\pm \rightarrow D\pi^\pm$ 衰变道。对伴随的 D 介子衰变，考虑四种情况：

- (a) $D \rightarrow K^+K^-$ 和 $\pi^+\pi^-$ 衰变道；
- (b) “Cabbibo-favored”衰变道 $D \rightarrow K^-\pi^+$ ，其中的 K^- 的电荷与由 $B^\pm \rightarrow Dh^\pm$ 直接衰变得到的 h^\pm 的电荷相同：“ $K\pi$ ”衰变道；
- (c) “Cabbibo-压低”衰变道 $D \rightarrow \pi^-K^+$ ，其中的 π^- 的电荷与由 $B^\pm \rightarrow Dh^\pm$ 直接衰变得到的 h^\pm 的电荷相同：“ πK ”衰变道。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 基于GLW-ADS方案，我们可以定义13个物理可观测量，这些观测量是相角 γ 和相关衰变过程衰变宽度(分支比)的比值的函数。之所以采用分支比比值，是因为在比值中许多系统误差可以相互抵消。

(1) 首先定义 $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ 和 $B^\pm \rightarrow D\pi^\pm$ 衰变宽度平均值比值：

$$R_{K/\pi}^f = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D[\rightarrow f]K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D[\rightarrow \bar{f}]K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D[\rightarrow f]\pi^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D[\rightarrow \bar{f}]\pi^+)},$$

其中 $f = (K^+K^-, \pi^+\pi^-, K^-\pi^+, \pi^-K^+)$ 有4个不同组合。

♣ 比值 $R_{K/\pi}^f$ 可以表示为相角 γ 和一些强子参数的函数。对于“Cabibbo-favored”末态情况，即当 $f = K\pi$ 时有：

$$R_{K/\pi}^f = R_{\text{cab}} \frac{1 + (r_B^K r_f)^2 + 2r_B^K r_f \kappa \cos(\delta_B^K - \delta_f) \cos \gamma + M_-^K + M_+^K}{1 + (r_B^\pi r_f)^2 + 2r_B^\pi r_f \kappa \cos(\delta_B^\pi - \delta_f) \cos \gamma + M_-^\pi + M_+^\pi}$$

其中相干系数 $\kappa = 1$ 。对 $f = K^+K^-, \pi^+\pi^-$ 情况，则有

$$R_{K/\pi}^f = R_{\text{cab}} \frac{1 + (r_B^K)^2 + 2r_B^K \cos \delta_B^K \cos \gamma}{1 + (r_B^\pi)^2 + 2r_B^\pi \cos \delta_B^\pi \cos \gamma},$$

这样的比值 $R_{K/\pi}^f$ 有三个： $R_{K/\pi}^{KK}$ ， $R_{K/\pi}^{\pi\pi}$ 和 $R_{K/\pi}^{K\pi}$ 。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

- (2) 如果忽略 $D^0 - \bar{D}^0$ 混合过程中的极小的CP破坏, 那么在混合参数 (x_D, y_D) 的领头阶近似下, D 介子混合修正项 M_{\pm}^h 可以定义为:

$$M_{\pm}^h = \left\{ \kappa r_f [(r_B^h)^2 - 1] \sin \delta_f + r_B^h (1 - r_f^2) \sin(\delta_B^h \pm \gamma) \right\} a_D x_D \\ - \left\{ \kappa r_f [(r_B^h)^2 + 1] \cos \delta_f + r_B^h (1 + r_f^2) \cos(\delta_B^h \pm \gamma) \right\} a_D y_D$$

D 混合修正项与 $B^{\pm} \rightarrow Dh^{\pm}$ 衰变重建过程中 D 介子衰变时间接受度和分辨率相关。我们使用系数 a_D 来参数化此类效应。对理想情况, $a_D = 1$ 。对于实际的接受度和分辨率, 对 a_D 的估计值为 $a_D = 1.20 \pm 0.04$ 。如果 D 介子的衰变末态为CP为偶的CP本征态, 那么与 $(\kappa = 1, r_f = 1, \delta_f = 0)$ 的情况相同, (10.131) 式中的 D 混合修正项将严格抵消。

- (3) 对“Cabibbo-允许” $f = K\pi$ 情况, 过程的电荷不对称性 A_h^f 可以定义为:

$$A_h^f = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D[\rightarrow f]h^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow D[\rightarrow \bar{f}]h^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D[\rightarrow f]h^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D[\rightarrow \bar{f}]h^+)}$$

其函数表达式为

$$A_h^f = \frac{2r_B^h r_f \kappa \sin(\delta_B^h - \delta_f) \sin \gamma + M_-^h - M_+^h}{1 + (r_B^h r_f)^2 + 2r_B^h r_f \kappa \cos(\delta_B^h - \delta_f) \cos \gamma + M_-^h + M_+^h}$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

对 $f = KK, \pi\pi$ 的情况，过程的电荷不对称性 A_h^f 可以定义为：

$$A_h^f = \frac{2r_B^h \sin \delta_B^h \sin \gamma}{1 + (r_B^h)^2 + 2r_B^h \cos \delta_B^h \cos \gamma},$$

其中的 r_B^h 分别表示 r_B^K 和 r_B^π 。这样定义的 A_h^f 有六个： $A_K^{KK, \pi\pi, K\pi}$ 和 $A_\pi^{KK, \pi\pi, K\pi}$ 。

(4) 最后定义不考虑不同电荷态平均的“Cabibbo-允许”和“Cabibbo-压低”的 $B^\pm \rightarrow Dh^\pm$ 衰变宽度之比为

$$\begin{aligned} R_h^\pm &= \frac{\Gamma(B^\pm \rightarrow D[\rightarrow f_{\text{sup}}]h^\pm)}{\Gamma(B^\pm \rightarrow D[\rightarrow f]h^\pm)} \\ &= \frac{r_f^2 + (r_B^h)^2 + 2r_B^h r_f \kappa \cos(\delta_B^h + \delta_f \pm \gamma) - [M_\pm^h]_{\text{sup}}}{1 + (r_B^h r_f)^2 + 2r_B^h r_f \kappa \cos(\delta_B^h - \delta_f \pm \gamma) + M_\pm^h}, \end{aligned}$$

其中 $f_{\text{sup}} = \pi K$ 是“Cabibbo-压低”情况， $f = K\pi$ 是“Cabibbo-允许”情况。这样的比值有四个： $R_K^{+, -}$ 和 $R_\pi^{+, -}$ 。

♣ 对“Cabibbo-压低”的 $f_{\text{sup}} = \pi K$ 情况，在混合参数 (x_D, y_D) 的领头阶近似下，D介子混合修正项 M_\pm^h 可以定义为：

$$\begin{aligned} [M_\pm^h]_{\text{sup}} &= \left\{ \kappa r_f [(r_B^h)^2 - 1] \sin \delta_f + r_B^h (1 - r_f^2) \sin(\delta_B^h \pm \gamma) \right\} a_D x_D \\ &+ \left\{ \kappa r_f [(r_B^h)^2 + 1] \cos \delta_f + r_B^h (1 + r_f^2) \cos(\delta_B^h \pm \gamma) \right\} a_D y_D. \end{aligned}$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 使用在2011年采集到的 1fb^{-1} 的数据，根据 $D \rightarrow h^+h^-$ 两体分析，LHCb实验组通过拟合得到的对 γ 角敏感的对 γ 角敏感的13个可观测量物理量的结果为[175]:

$$R_{K/\pi}^{K\pi} = 0.0774 \pm 0.0012 \pm 0.0018,$$

$$R_{K/\pi}^{KK} = 0.0773 \pm 0.0030 \pm 0.0018,$$

$$R_{K/\pi}^{\pi\pi} = 0.0803 \pm 0.0056 \pm 0.0017,$$

$$A_{\pi}^{K\pi} = -0.0001 \pm 0.0036 \pm 0.0095,$$

$$A_K^{K\pi} = 0.0044 \pm 0.0144 \pm 0.0174,$$

$$A_K^{KK} = 0.148 \pm 0.037 \pm 0.010,$$

$$A_K^{\pi\pi} = 0.135 \pm 0.066 \pm 0.010,$$

$$A_{\pi}^{KK} = -0.020 \pm 0.009 \pm 0.012,$$

$$A_{\pi}^{\pi\pi} = -0.001 \pm 0.017 \pm 0.010,$$

$$R_K^- = 0.0073 \pm 0.0023 \pm 0.0004,$$

$$R_K^+ = 0.0232 \pm 0.0034 \pm 0.0007,$$

$$R_{\pi}^- = 0.00469 \pm 0.00038 \pm 0.00008,$$

$$R_{\pi}^+ = 0.00352 \pm 0.00033 \pm 0.00007,$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 基于 $3fb^{-1}$ 的数据, **LHCb**实验组给出的对 γ 角和参数 (r_B, δ_B) 的最新限制是:

$$\gamma = \left(62^{+15}_{-14}\right)^\circ, \quad r_B = 0.080^{+0.019}_{-0.021}, \quad \delta_B = \left(134^{+14}_{-15}\right)^\circ.$$

另外, 基于772兆 $B\bar{B}$ 对产生数据, **Belle**实验组对 $B^\pm \rightarrow DK^\pm, D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ 衰变过程做了分析, 给出的对 γ 相角和 r_B 参数的限制是:

$$\gamma = (77 \pm 16)^\circ, \quad r_B = 0.145 \pm 0.030 \pm 0.015.$$

♣ 基于468兆 $B\bar{B}$ 对产生数据, **BaBar**实验组对 $B^\pm \rightarrow (D^{(*)}K^\pm, D^{*\pm}), D^* \rightarrow (D\pi^0, D\gamma), K^{*\pm} \rightarrow K_S^0 \pi^\pm, D \rightarrow K_S^0 (K^+K^-, \pi^+\pi^-)$ 衰变过程做了分析, 给出的对 γ 相角和 (r_B, δ_B) 参数的限制(68.3% **C.L.**)是[176]:

$$\gamma = (68 \pm 15)^\circ, \quad r_B = 0.096 \pm 0.029, \quad \delta_B = \left(119^{+19}_{-20}\right)^\circ.$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 基于BaBar、Belle和LHCb实验组数据，由CKMfitter合作组给出的拟合结果为[166]：

(1) 使用GGSZ方案得到的限制为：

$$\gamma = (67 \pm 9.4)^\circ, \quad r_B = 0.088 \pm 0.016, \quad \delta_B = \left(128_{-12}^{+11}\right)^\circ. \quad (10.142)$$

(2) 使用GGSZ和GLW方案，并忽略 $D \rightarrow (\pi\pi, KK)$ 衰变的直接CP破坏得到的限制为：

$$\gamma = (70.2 \pm 8.3)^\circ, \quad r_B = 0.096 \pm 0.012, \quad \delta_B = \left(121.0_{-10.3}^{+9.2}\right)^\circ. \quad (10.143)$$

(3) 同时考虑 B^0, B^\pm 的衰变道，使用GGSZ、GLW和ADS方案得到的限制为：

$$\gamma = \left(73.2_{-7.0}^{+6.3}\right)^\circ. \quad (10.144)$$

♣ 显然，从上面的讨论和实验结果很容易看出来，三个CKM相角之中， γ 角的测量是精度最差的。理论上我们没有找到能够从单一的衰变道测量这个角度的精度较高的方法。人们提出了很多模型无关的方法，但是它们基本上都需要多个衰变道的干涉或CP破坏的测量，而这些相互干涉的衰变道的分支比又不是很大，至少有一个很小，增加了实验的困难。因而，对于CKM相角的测量，实验和理论上都还任重而道远。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

- Quantum correlated (QC) $D^0\bar{D}^0$ decay at $\psi(3770)$

$$e^+e^- \rightarrow \psi(3770) \rightarrow D^0\bar{D}^0 \rightarrow fg$$

$$\Downarrow C_{\psi(3770)} = -1$$

$$|\psi(3770)\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|D^0\rangle|\bar{D}^0\rangle - |\bar{D}^0\rangle|D^0\rangle)$$

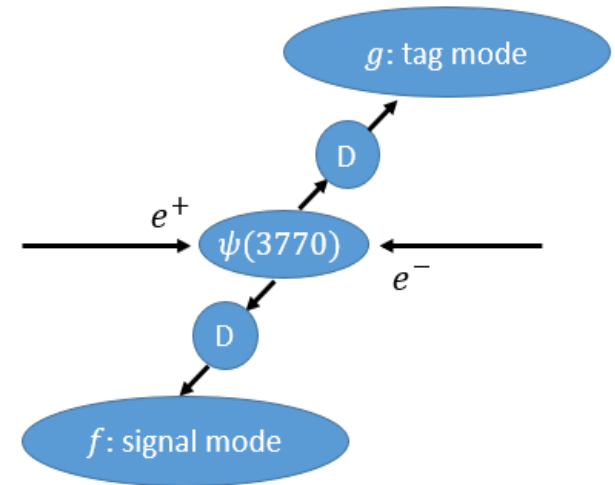
$$\Downarrow \text{No CPV}$$

$$\Gamma(f|g) \propto \left(1 + \frac{y^2 - x^2}{2}\right) \left[(r_D^f)^2 + (r_D^g)^2 - 2r_D^f r_D^g R_f R_g \cos(\delta_D^f - \delta_D^g) \right] \\ + \frac{y^2 + x^2}{2} \left[1 + (r_D^f r_D^g)^2 - 2r_D^f r_D^g R_f R_g \cos(\delta_D^f + \delta_D^g) \right]$$

\propto Number of events

coherence factor

strong phase difference



- Strong phase parameters of $D^0 \rightarrow f$ decay can be measured in quantum correlated $D^0\bar{D}^0$ data

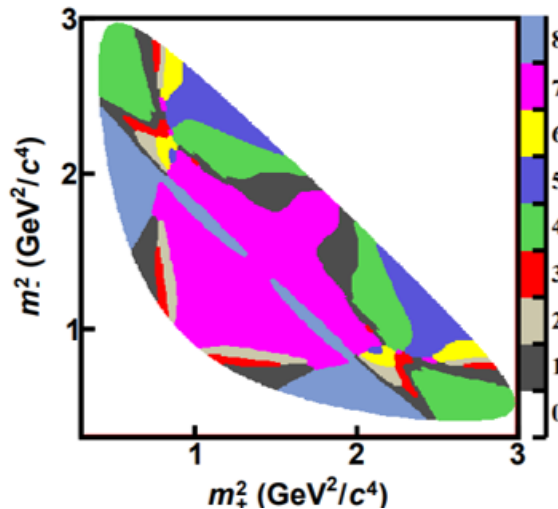
5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

- Measurement Parameters: binned strong parameters c_i, s_i

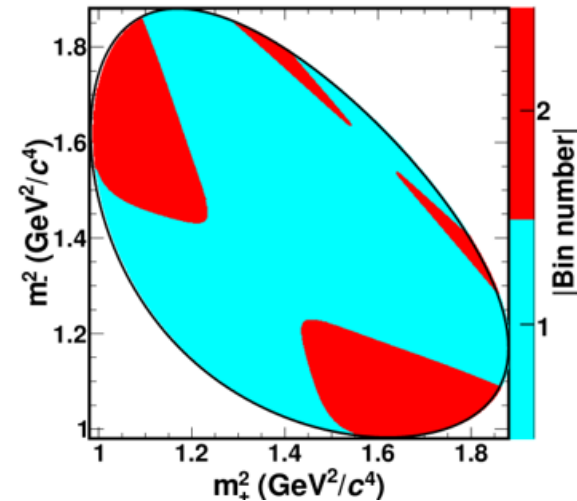
$$c_i = \frac{1}{\sqrt{K_i K_{-i}}} \int_i |A_f| |\bar{A}_f| \cos[\delta_D] dm_+^2 dm_-^2 \xrightarrow{\cos \rightarrow \sin} s_i \quad K_i = \int_i |A_f|^2 dm_+^2 dm_-^2$$

- Binned analysis with 2.93 fb^{-1} data @ $E_{cm} = 3.773 \text{ GeV}$

Binning scheme of $K_S^0 \pi^+ \pi^-$
[PRD 82, 112006 (2010)]



Binning scheme of $K_S^0 K^+ K^-$
[PRD 78, 034023 (2008)]



5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

- Consistent with CLEOc's result
- Improved precision compared to CLEO-c results

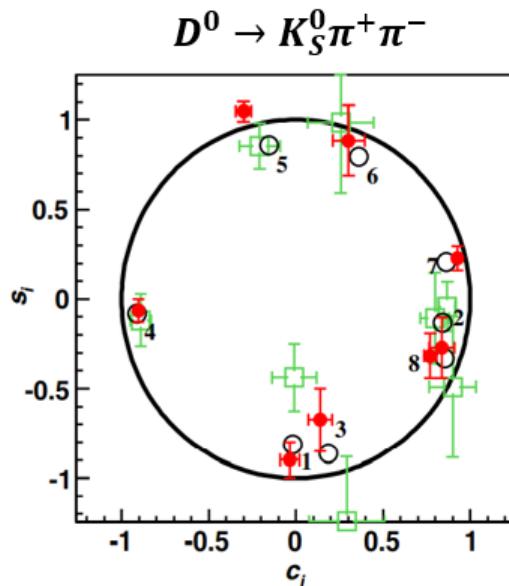
BESIII

CLEO-c

[PRD 82, 112006
(2010)]

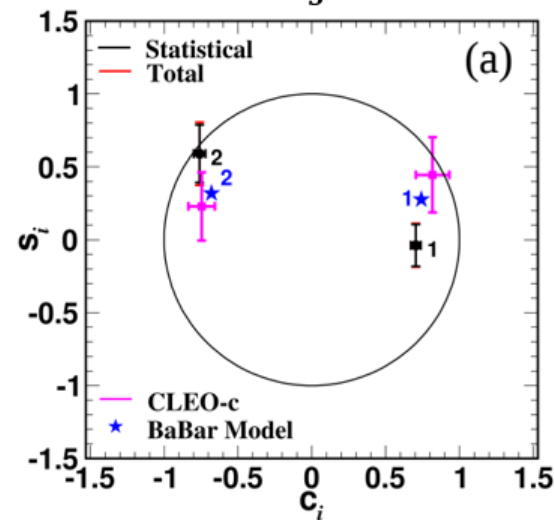
Model

[PRD 98, no.11,
112012 (2018)]



[PRL 124, 241802 (2020); PRD 101, 112002 (2020)]

$D^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-$



BESIII

CLEO-c

[PRD 82, 112006
(2010)]

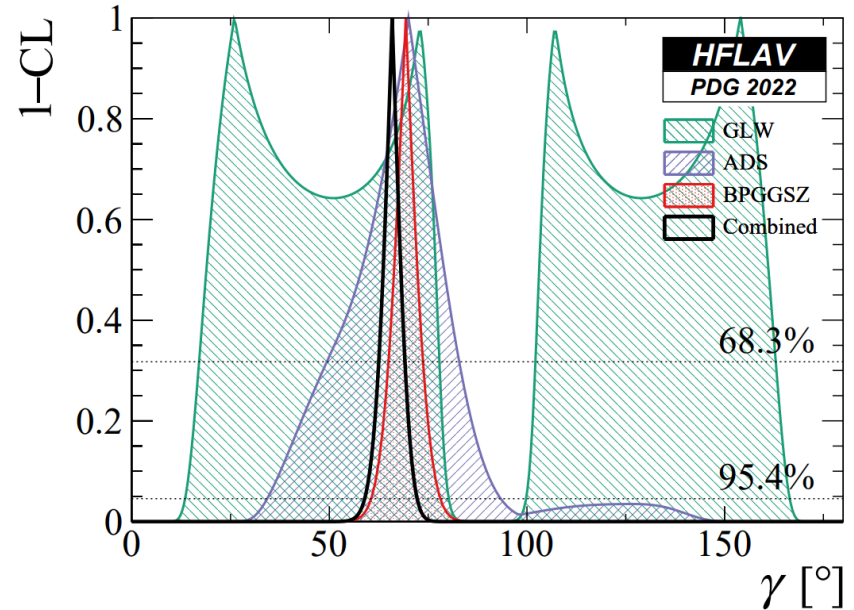
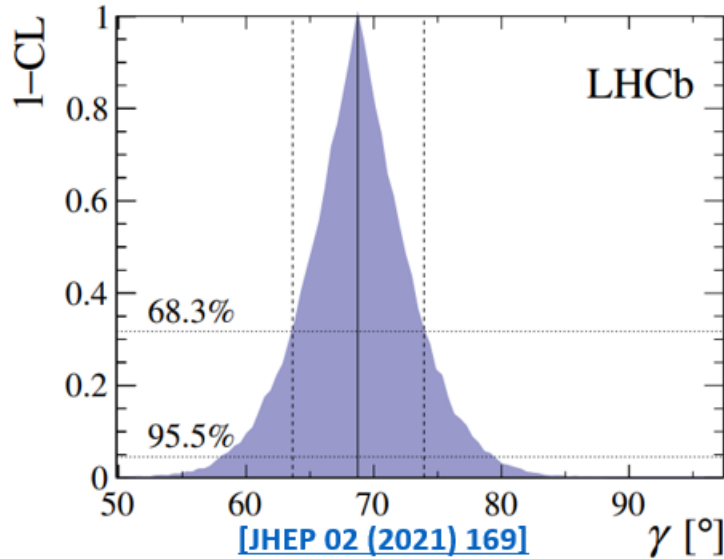
Model

[PRD 78, 034023
(2008)]

[PRD 102, 052008 (2020)]

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

$$D^0 \rightarrow K_S^0 h^+ h^-$$



- Total uncertainty 5° @ LHCb (run1+run2)
- Leading to the best single γ measurement
- 1° from strong phase input

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

相位 ϕ_s

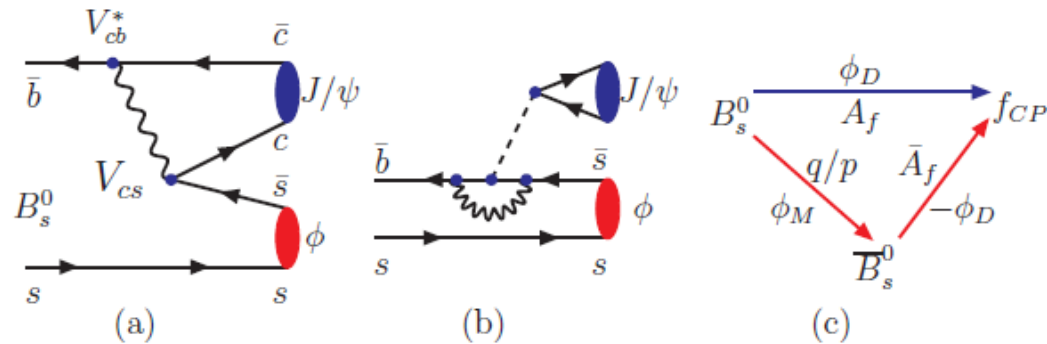


Figure: 10.23 (a)与 $\bar{b} \rightarrow c\bar{c}\bar{s}$ 衰变对应的树图贡献；(b)色单态(虚线)企鹅图贡献(内线夸克为 (u, c, t))；(c)示意图： $B_s^0 \rightarrow f_{CP}$ 的直接衰变和 $B_s^0 \rightarrow \bar{B}_s^0 \rightarrow f_{CP}$ 的衰变。

♣ 相位 ϕ_s 描写由 B_s 混合导致的CP破坏。如图-10.23c所示， ϕ_s 的定义为

$$\phi_s = \arg \left(\frac{M_{12}^s}{\Gamma_{12}^s} \right) = \phi_M - 2\phi_D,$$

其中的 M_{12}^s 和 Γ_{12}^s 是描写 $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ 混合的哈密顿量的非对角矩阵元。在
 ϕ_M 表示由于混合产生的弱位相， ϕ_D 表示 $B_s^0 \rightarrow f_{CP}$ 衰变振幅的弱位相。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 目前对 ϕ_s 的实验测量结果主要由LHCb实验提供[177,178]。主要考虑 B_s^0 介子的衰变链:

$$B_s^0/\bar{B}_s^0 \rightarrow J/\psi\phi, \quad J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-, \quad \phi \rightarrow (K^+K^-, \pi^+\pi^-).$$

然后通过对时间相关的末态粒子角分布的拟合分析抽取 ϕ_s 和其它可观测量($\Gamma_s, \Delta\Gamma_s, \dots$)的数值。

♣ 在标准模型下, 对这些衰变的贡献分别来自于图-10.23a所示的树图贡献和图-10.23b所示的企鹅图贡献。计算表明, 企鹅图贡献远远小于树图贡献。当忽略很小的企鹅图贡献时, 对 ϕ_s 的标准模型理论预言值可以写为[177]:

$$\phi_s^{\text{SM}} = -2\beta_s + \delta\phi_s^{\text{peng}} \approx -2 \arg \left(-\frac{V_{cb}V_{cs}^*}{V_{tb}V_{ts}^*} \right) = -0.0363 \pm 0.0013(\text{rad}).$$

可以看出, 对 ϕ_s 的标准模型理论预言值本身很小, 其理论误差也很小: $\sim 3.6\%$ 。所以 ϕ_s 对新物理贡献非常敏感。

♣ B_s 介子三体强子弱衰变过程。例如: LHCb实验组基于RUN-1采集的全部 3fb^{-1} 的数据, 已经对 $B_s \rightarrow J/\psi KK, J/\psi\pi\pi, J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$ 衰变过程做了分析, 给出了对 ϕ_s 的实验测量结果[178]:

$$\phi_s = \begin{cases} 0.070 \pm 0.068 \pm 0.008 \text{ rad}, & B_s \rightarrow J/\psi\pi\pi, \\ -0.058 \pm 0.049 \pm 0.006 \text{ rad}, & B_s \rightarrow J/\psi KK, \\ -0.010 \pm 0.040 \text{ rad}, & \text{Combined.} \end{cases}$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 对 Γ_s 等可观测量，LHCb实验组的结果是[178]:

$$\begin{aligned}\Gamma_s &= 0.6603 \pm 0.0027 \pm 0.0015 \text{ ps}^{-1}, & \Delta\Gamma_s &= 0.0805 \pm 0.0091 \text{ ps}^{-1}, \\ |\lambda| &= 0.957 \pm 0.017, \\ |\lambda_0| &= 1.012 \pm 0.058 \pm 0.013, & \phi_0 &= -0.045 \pm 0.053 \pm 0.006, \\ |\lambda_{\parallel}/\lambda_0| &= 0.97 \pm 0.16 \pm 0.01, & \phi_{\parallel} - \phi_0 &= -0.018 \pm 0.043 \pm 0.009, \\ |\lambda_{\perp}/\lambda_0| &= 1.02 \pm 0.12 \pm 0.05, & \phi_{\perp} - \phi_0 &= -0.014 \pm 0.035 \pm 0.006, \\ |\lambda_S/\lambda_0| &= 0.86 \pm 0.12 \pm 0.03, & \phi_S - \phi_0 &= 0.015 \pm 0.061 \pm 0.021.\end{aligned}$$

对极化量的研究与估算“企鹅图污染”的大小和影响相关。显然，现在得到的对极化相关量的实验测量结果没有显示出极化相关性。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 除了三体衰变，LHCb还研究了 $B_s^0 \rightarrow J/\psi\phi, \phi\phi$ 和 $B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ 两体强子弱衰变过程。下面我们对 $B_s^0 \rightarrow \phi\phi$ 和 $B_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ 衰变情况做简单介绍。

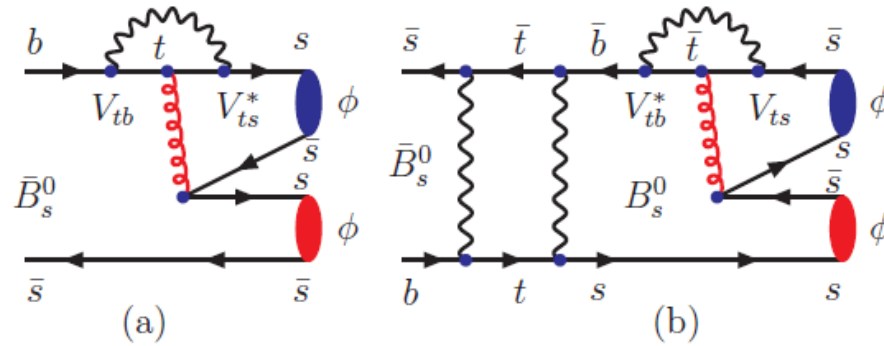


Figure: 10.24 (a) $\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi\phi$ 衰变企鹅图贡献；(b) $\bar{B}_s^0 \rightarrow B_s^0 \rightarrow \phi\phi$ 混合-企鹅图贡献。

♣ (1) 如图-10.24所示，对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi\phi$ 衰变道，主要的贡献来自于QCD企鹅图贡献，电弱企鹅图贡献较小一般可以忽略，在这里没有画出。 $\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi\phi$ 有两个衰变途径：

$$\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi\phi \quad \oplus \quad \bar{B}_s^0 \rightarrow B_s^0 \rightarrow \phi\phi.$$

这两个图的干涉导致CP破坏。这里的 ϕ_s 的定义为：

$$\phi_s^{\phi\phi} = \phi_M - 2\phi_D = \arg \left(\frac{q A(\bar{B}_s^0 \rightarrow \phi\phi)}{p A(B_s^0 \rightarrow \phi\phi)} \right).$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 对 $\phi_s^{\phi\phi}$ ，标准模型理论预言值为： $\phi_s^{\phi\phi} < 0.02 \text{ rad}$ 。在实验上，LHCb实验组使用 3fb^{-1} 的RUN-1数据(大约4000个 $B_s^0 \rightarrow \phi\phi$ 衰变事例)，通过研究 $2\phi \rightarrow 4K$ 末态粒子角分布来确定 $\phi_s^{\phi\phi}$ 的取值。其最后的实验分析结果为[179]:

$$\phi_s^{\phi\phi} = -0.17 \pm 0.15 \pm 0.03 \text{ rad}, \quad |\lambda| = 1.04 \pm 0.07.$$

实验测量结果与标准模型期望值符合，没有看到直接CP破坏。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

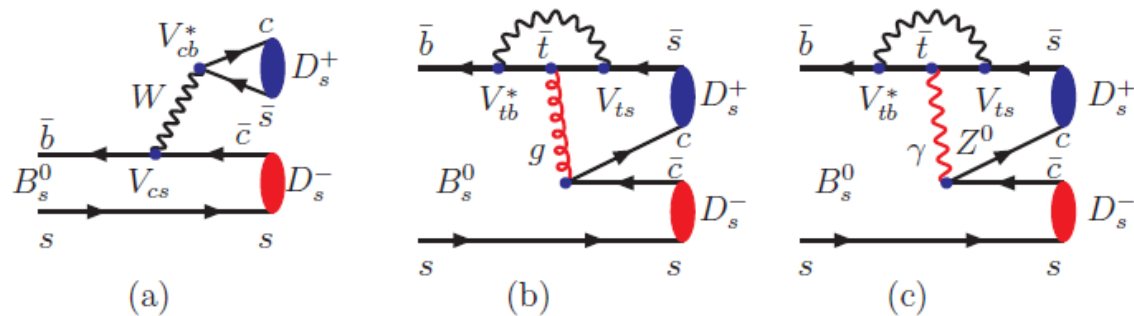


Figure: 10.25 (a)与 $\bar{b} \rightarrow c\bar{c}s$ 衰变对应的树图贡献；(b)色压低的QCD企鹅图贡献(内线夸克为 (u, c, t))；(c)色压低的电弱企鹅图贡献。

♣ (2) 如图-10.25所示，对 $\bar{B}_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ 衰变道，主要贡献来自于左侧的与 $\bar{b} \rightarrow c\bar{c}s$ 衰变对应的树图，中间的色压低QCD企鹅图贡献小，右侧色压低的电弱企鹅图、可能的湮灭图贡献应当更小，没有画出。

♣ LHCb实验组使用RUN-1数据，观测到3345个 $\bar{B}_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ 衰变事例。在重建过程中，考虑了 D_s 介子的以下4类衰变末态[180]：

- (1): $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$, $D_s^- \rightarrow K^- K^+ \pi^-$;
- (2): $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$, $D_s^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^-$;
- (3): $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$, $D_s^- \rightarrow K^- \pi^+ \pi^-$;
- (4): $D_s^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$, $D_s^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^-$.

并取 $B^0 \rightarrow D^- D_s^+$, $D^- \rightarrow K^+ \pi^- \pi^-$, $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$ 衰变过程作为“控制道”，其事例数为 21320 ± 148 个。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 通过对“味道-标定”的 $\bar{B}_s^0 \rightarrow D_s^+ D_s^-$ 衰变过程的时间演化分析，LHCb实验组给出了他们的结果：

(1) 如果假设 D_s 介子的衰变过程没有CP破坏，LHCb的拟合结果为：

$$\phi_s = 0.02 \pm 0.17(\text{stat}) \pm 0.02(\text{syst}) \text{ rad.}$$

(2) 如果假设 D_s 介子的衰变过程可以有CP破坏，LHCb的拟合结果则为：

$$\begin{aligned}\phi_s &= 0.02 \pm 0.17(\text{stat}) \pm 0.02(\text{syst}) \text{ rad,} \\ |\lambda| &= 0.91_{-0.15}^{+0.18}(\text{stat}) \pm 0.02(\text{syst}).\end{aligned}$$

上述结果与标准模型期望值、以及通过对其它道的分析得到的结果符合。我们同样没有看到直接CP破坏。

♣ (3) 在论文[181]中，LHCb实验组对 $B_s^0 \rightarrow K^+ K^-$ 衰变过程的含时CP破坏做了测量。他们还同时考虑了与 $B_s^0 \rightarrow K^+ K^-$ 衰变过程通过U-旋相关联的过程 $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ，以及与 $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ 通过同位旋相关联的 $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$, $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ 。

♣ 这四个衰变道包含了树图贡献，QCD和电弱企鹅图贡献，以及湮灭图的贡献。目前在各种因子化方案下对相关强子矩阵元的计算还有比较大的理论误差。LHCb实验组通过考虑U-旋和同位旋把这4个衰变道的强子矩阵元联系起来，使用BaBar、Belle实验组的已知数据和他们自己的数据通过拟合来确定CKM相角 γ ，或者在给定 γ 的情况下抽出相位 ϕ_s 。

5. CKM矩阵与幺正三角形相角抽取

Table: 10.6 LHCb实验组在确定 γ 和 $\phi_s = -2\beta_s$ 的拟合中使用的与四个衰变道相关的实验测量值(作为输入参数)。参数 $\rho(X, Y)$ 表示 X 和 Y 之间的统计关联[181]。

观测量	数值	观测量	数值
$C_{\pi^+\pi^-}$	-0.30 ± 0.05	λ	0.2253 ± 0.0007
$S_{\pi^+\pi^-}$	-0.66 ± 0.06	m_{B^0} [MeV]	5279.55 ± 0.26
$\rho(C_{\pi^+\pi^-}, S_{\pi^+\pi^-})$	-0.007	m_{B^+} [MeV]	5279.25 ± 0.26
$C_{\pi^0\pi^0}$	-0.43 ± 0.24	$m_{B_s^0}$ [MeV]	5366.7 ± 0.4
$C_{K^+K^-}$	-0.14 ± 0.11	m_{π^+} [MeV]	139.57
$S_{K^+K^-}$	-0.30 ± 0.13	m_{π^0} [MeV]	134.98
$\rho(C_{K^+K^-}, S_{K^+K^-})$	-0.02	m_{K^+} [MeV]	493.677 ± 0.013
$Br_{\pi^+\pi^-} \times 10^6$	-5.10 ± 0.19	τ_{B^0} [ps]	1.519 ± 0.007
$Br_{\pi^+\pi^0} \times 10^6$	-5.48 ± 0.35	τ_{B^+} [ps]	1.641 ± 0.008
$Br_{\pi^0\pi^0} \times 10^6$	-1.91 ± 0.23	$\tau_{B_s^0}$ [ps]	1.516 ± 0.011
$Br_{K^+K^-} \times 10^6$	$-24.5 \pm 1.8r$	$\Delta\Gamma_s/\Gamma_s$	0.160 ± 0.020
$\sin 2\beta$	0.682 ± 0.019	$\tau(B_s^0 \rightarrow K^+K^-)$ [ps]	1.452 ± 0.042

♣ LHCb实验组在拟合中使用的与四个衰变道相关的输入参数的实验测量值在表-10.6中列出。对 $C_{\pi^+\pi^-}$ 和 $S_{\pi^+\pi^-}$ 参数，LHCb实验组对来自BaBar、Belle实验组和他们自己的实验测量数据做了加权平均，并考虑了数据之间的关联[181]。在提取 ϕ_s 数值时，使用UTfit给出的 $\gamma = (70.1 \pm 7.1)^\circ$ 作为输入参数。

5. CKM矩阵与幺正三角形相角抽取

♣ 根据拟合，LHCb给出的对 γ 和 $\phi_s = -2\beta_s$ 的实验限制(68%C.L.)为[181]:

$$\begin{aligned}\gamma &= \left(63.5^{+7.2}_{-6.7}\right)^\circ \text{ modulo } 180^\circ, \\ \phi_s &= -2\beta_s = -0.12^{+0.14}_{-0.16} \text{ rad.}\end{aligned}\quad (10.156)$$

这些结果标准模型期望值、以及通过对其它道(例如树图为主的衰变道)的分析得到的结果符合。在拟合中，U-旋的破坏程度允许达到50%。U-旋的破坏程度对抽取 γ 有明显影响，但对抽取 ϕ_s 的影响很小。随着数据量的增加，拟合精度将会明显提高。

♣ ATLAS(4.9fb^{-1} 的数据)和CMS(20fb^{-1} 的数据，约49000个 $B_s \rightarrow J/\psi\phi$ 事例)实验组也对 $B_s^0 \rightarrow J/\psi\phi \rightarrow \mu^+\mu^-K^+K^-$ 衰变过程做了研究，得到了以下结果[178]:

$$\begin{aligned}\text{ATLAS : } \quad \phi_s &= 0.12 \pm 0.25 \pm 0.05 \text{ rad,} \\ \Gamma_s &= 0.677 \pm 0.007 \pm 0.004 \text{ ps}^{-1}, \\ \Delta\Gamma_s &= 0.053 \pm 0.021 \pm 0.010, \text{ ps}^{-1}\end{aligned}\quad (10.157)$$

$$\begin{aligned}\text{CMS : } \quad \phi_s &= -0.03 \pm 0.11 \pm 0.03 \text{ rad,} \\ \Delta\Gamma_s &= 0.096 \pm 0.014 \pm 0.007 \text{ ps}^{-1}.\end{aligned}\quad (10.158)$$

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

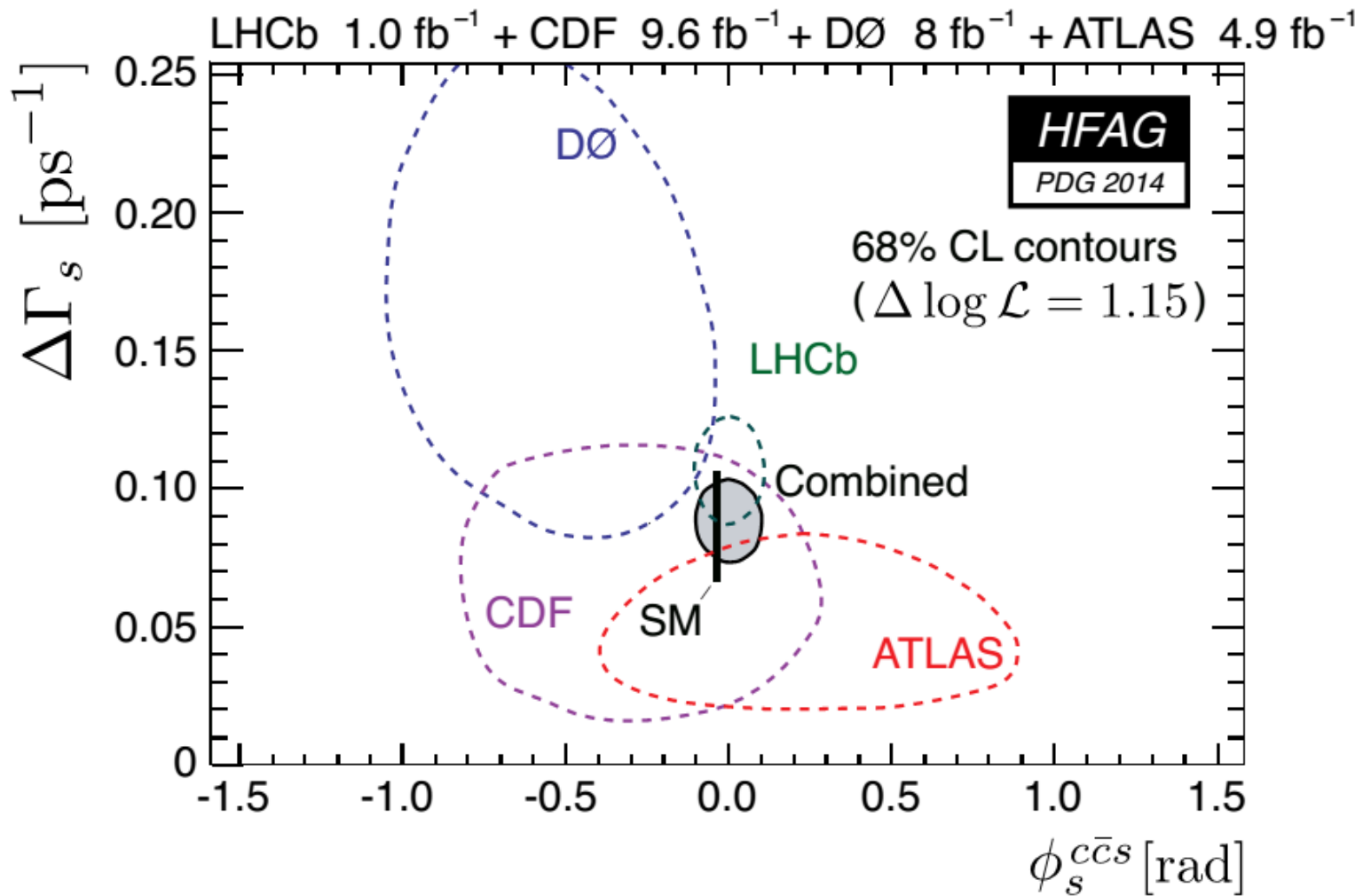


Figure: 10.26 根据BaBar等相关实验组对各种 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 衰变过程的实验测量数据，在 $\phi_s - \Delta\Gamma_s$ 平面上由HFAG合作组给出的世界平均值(68%置信度)[52]。

5. CKM矩阵与么正三角形相角抽取

♣ 图-10.26表示在 $\phi_s - \Delta\Gamma_s$ 平面上由HFAG合作组给出的世界加权平均值(68%CL.) [52]。HFAG合作组使用了LHCb、CDF、D0和ATLAS实验组报告的对各种 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 树图衰变过程的实验测量数据，他们给出的拟合结果为[52]:

$$\begin{aligned}\phi_s &= +0.00 \pm 0.07 \text{ rad}, & \Gamma_s &= 0.6615 \pm 0.0032 \text{ ps}^{-1}, \\ \Delta\Gamma_s &= 0.091 \pm 0.008 \text{ ps}^{-1}, & \frac{\Delta\Gamma_s}{\Gamma_s} &= +0.138 \pm 0.012. \quad (10.159)\end{aligned}$$

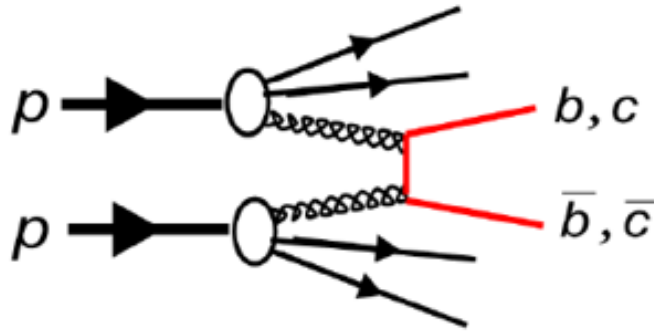
这清楚表明:

- (a) 通过对不同衰变道分析得到的结果是一致的，与标准模型期望值符合的很好;
- (b) 对 B_s^0 介子，比值 $|\Delta\Gamma_d/\Gamma_d|$ 约为14%， $\Delta\Gamma_s$ 的贡献不能忽略。
- (c) 前面已经提到，对 B_d^0 介子，比值 $|\Delta\Gamma_d/\Gamma_d| = 0.001 \pm 0.010$ [52]，小于1%，完全可以忽略。

6. 未来重味物理研究

♣ 在1974年第一个重味夸克发现之后，人们对于重味物理的研究越来越重视，在上个世纪末达到了高峰。在本世纪初，我们已经确定弱相互作用的夸克混合矩阵是已经发现的CP破坏的来源。但是，重味物理还有很多没有解决的根本性的问题，首先费米子质量的来源和汤川耦合没有得到验证，已经发现的CP破坏大小没有解决宇宙学正反物质不对称的问题。在Higgs发现之后，更迫切的寻找新物理迹象的任务也是重味物理研究的最大动力之一。

LHC @ 14 (13) TeV



SuperKEKB & Belle II

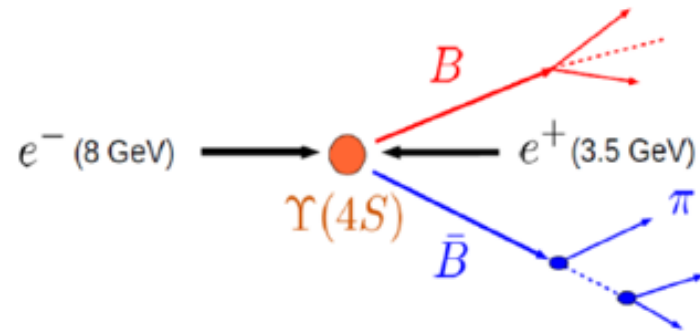


Figure: 10.27 LHC实验的 $b\bar{b}, c\bar{c}$ 产生示意图(左图), 超级B工厂Belle-II上B介子对产生示意图。

6. 未来重味物理研究

Table: 10.7 LHC实验和日本超级B工厂实验(Belle-II)2015-2030年的运行计划和预期积分亮度和对应的B介子对事例数(括号中数字)。

实验组	LHC 第一、第二阶段		LHC 第三阶段		
	2010-2012	2015-2018	2020-2022	2025-2028	2030+
ATLAS+CMS	25 fb^{-1} (2.5×10^{11})	100 fb^{-1} (10^{12})	300 fb^{-1} (3×10^{12})	→	3000 fb^{-1} (3×10^{13})
LHCb	3 fb^{-1} (3×10^{10})	8 fb^{-1} (8×10^{10})	23 fb^{-1} (2.3×10^{11})	46 fb^{-1} (4.6×10^{11})	100 fb^{-1} (10^{12})
Belle-II		0.5 ab^{-1} (5×10^8)	25 ab^{-1} (2.5×10^{10})	50 ab^{-1} (5×10^{10})	—

6. 未来重味物理研究

♣ 如表-10.7 所示，按照预定计划，LHC已经在2015年5月开始了第二阶段运行(2015-2018)，质心系能量将提高到13TeV。当 $E_{cm} = 13 \text{ TeV}$ 时，通过如图-10.27所示的 $pp \rightarrow b\bar{b}$ 过程的产生截面 $\sigma_{b\bar{b}}$ 为： $\sigma_{b\bar{b}}(13\text{TeV}) \approx 500\mu\text{b}$ 。每一个 fb^{-1} 的积分亮度对应着 $\sim 10^{10}$ 个 $b\bar{b}$ 对产生事例。对应LHC不同运行阶段，预期产生的 $b\bar{b}$ 对数目在表-10.7中给出。

♣ 大型强子对撞机在第一和第二阶段的运行结束以后，在第三阶段运行之前(2019-2020)，LHCb探测器将进行全面升级。升级的目标是把每年的积分亮度提高5~10倍，以降低实验测量的统计误差，使实验测量精度达到理论计算精度的水平。

♣ LHCb升级涉及的主要变化是：

1. 目前LHCb“一级触发选判”(Level-0 Trigger)后的数据输出能力只有1MHz，形成“数据流”的“瓶颈”。升级后，采用更有效的软件“Trigger”把选判后的数据输出能力提高到40MHz。
2. 调节两个质子束流的中心间隔，把“对撞”亮度提高约5倍。
3. 升级“顶角探测器”(VELO)和“径迹探测器”(Tracker)，以适应高亮度和高事例产生率的需要。
4. 粒子鉴别系统(PID)的升级。

6. 未来重味物理研究

♣ 在表-10.8中，我们列出了LHCb的主要可观测量，升级前后实验测量精度对比，以及对应物理量的标准模型理论预言精度。从该表可以清楚地看到LHCb升级带来的精度提高。在表-10.8中出现的几个物理量的定义是：

- 1 在对 $B^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ 半轻子衰变过程中，定义了可观测量 S_3 和 q_0^2 。其中 q_0^2 表示在 $q^2 - \mathcal{A}_{FB}$ 平面上前后不对称性 $\mathcal{A}_{FB}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-)$ 的取值越过零点 $\mathcal{A}_{FB}(B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-) = 0$ 时 q^2 的取值。 S_3 则是在对 $B^0 \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ 半轻子衰变微分截面末态粒子角分布中定义参数：

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d^3(\Gamma + \bar{\Gamma})}{d \cos \theta_l d \cos \theta_k d \phi} = F_L \cdot f(\theta_l, \theta_k, \phi) + \sum S_i \cdot f(\theta_l, \theta_k, \phi).$$

其中的角度见论文[183]中的定义。

- 2 A_Γ 和 ΔA_{CP} 是为了研究D介子系统的CP破坏而定义的物理量：

$$A_\Gamma \equiv \frac{\tau(\bar{D}^0 \rightarrow f) - \tau(D^0 \rightarrow f)}{\tau(\bar{D}^0 \rightarrow f) + \tau(D^0 \rightarrow f)} \approx -a_{CP}^{ind}, \quad f = K^+ K^-, \pi^+ \pi^-$$

$$A_{CP} \equiv \frac{\Gamma(D^0 \rightarrow f) - \Gamma(\bar{D}^0 \rightarrow f)}{\Gamma(D^0 \rightarrow f) + \Gamma(\bar{D}^0 \rightarrow f)},$$

$$\Delta A_{CP} \equiv A_{CP}(K^+ K^-) - A_{CP}(\pi^+ \pi^-).$$

6. 未来重味物理研究

Table: 10.8 LHCb实验研究的主要物理过程和可观测量，升级前后实验测量精度的对比，以及标准模型理论预言的精度[6,182]。其中的 ϕ_S 和 β^{eff} 的单位均为“rad”。

类型	物理量与过程	RUN-I	LHCb-2018	LHCb(50fb ⁻¹)	Theory
B_S^0 混合	$\phi_S : B_S^0 \rightarrow J/\psi\phi$	0.05	0.025	0.009	~ 0.003
	$\phi_S : B_S^0 \rightarrow J/\psi f_0(980)$	0.09	0.05	0.016	~ 0.01
	$A_{SI}(B_S^0)(10^{-3})$	2.8	1.4	0.5	0.03
QCD 企鹅图	$\phi_S^{eff} : B_S^0 \rightarrow \phi\phi$	0.18	0.12	0.026	~ 0.02
	$\phi_S^{eff} : B_S^0 \rightarrow K^{*0}\bar{K}^{*0}$	0.19	0.13	0.029	< 0.02
	$2\beta^{eff} : B^0 \rightarrow \phi K_S^0$	0.30	0.20	0.04	0.02
右手流 检验	$\phi_S^{eff} : B_S^0 \rightarrow \phi\gamma$	0.20	0.13	0.030	< 0.01
	$\tau^{eff}/\tau_{B_S} : B_S^0 \rightarrow \phi\gamma$	5%	3.2%	0.8%	0.2%
电弱 企鹅图	$S_3 : B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$	0.04	0.020	0.007	0.02
	$q_0^2 : A_{FB}(B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-)$	10%	5%	1.9%	~7%
	$A_1 : B^0 \rightarrow K\mu^+\mu^-$	0.14	0.07	0.024	~ 0.02
	$\frac{B^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-}{B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-}$	14%	7%	2.4%	~ 10%
Higgs penguin	$BR(B_S^0 \rightarrow \mu^+\mu^-)(10^{-9})$	1.0	0.5	0.19	0.3
	$\frac{B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-}{B_S^0 \rightarrow \mu^+\mu^-}$	220%	110%	40%	~ 5%
UT-angles	$\gamma : B \rightarrow D^{(*)}K^{(*)}$	7°	4°	1.1°	可忽略
	$\gamma : B_S^0 \rightarrow D_s^{\mp}K^{\pm}$	17°	11°	2.4°	可忽略
	$\beta : B \rightarrow J/\psi K_S^0$	1.7°	0.8°	0.31°	可忽略
Charm-CPV	$A_{\Gamma} : D^0 \rightarrow K^+K^- (10^{-4})$	3.4	2.2	0.5	-
	$\Delta A_{CP}(10^{-3})$	0.8	0.5	0.12	-

6. 未来重味物理研究

♣ 对日本的超级B工厂 Belle-II 实验，B 介子对的产生截面为：
 $\sigma(B\bar{B})|_{\text{Belle-II}} \approx 1\text{nb}$ 。每一个 ab^{-1} 的积分亮度对应着 $\sim 10^9$ 个 B 介子对产生事例。对应 Belle-II 的不同运行阶段，预期产生的 B 介子对数目也在表-10.7 中给出。在运行结束后总的事例数将达到 BaBar 和 Belle 总事例数的大约 40 倍。

Table: 10.9 BaBar 和 Belle 实验组在整个运行期间的数据采集情况，日本超级 B 工厂 (Super-KEKB) Belle-II 实验组预期获得的 $B - B_s$ 介子对、 $\tau^+\tau^-$ 轻子对和其它 $\Upsilon(N S)$ 共振态事例数[4]。

Channel	BaBar	Belle	Belle-II(per year)
$B\bar{B}$	4.8×10^8	7.7×10^8	1.1×10^{10}
$B_s^{(*)}\bar{B}_s^{(*)}$	-	7.0×10^6	6.0×10^8
$\Upsilon(1S)$		1.0×10^8	1.8×10^{11}
$\Upsilon(2S)$	0.9×10^7	1.7×10^8	7.0×10^{10}
$\Upsilon(3S)$	1.0×10^8	1.0×10^7	3.7×10^{10}
$\Upsilon(5S)$		3.6×10^7	3.0×10^9
$\tau^+\tau^-$	0.6×10^9	1.0×10^9	1.0×10^{10}

6. 未来重味物理研究

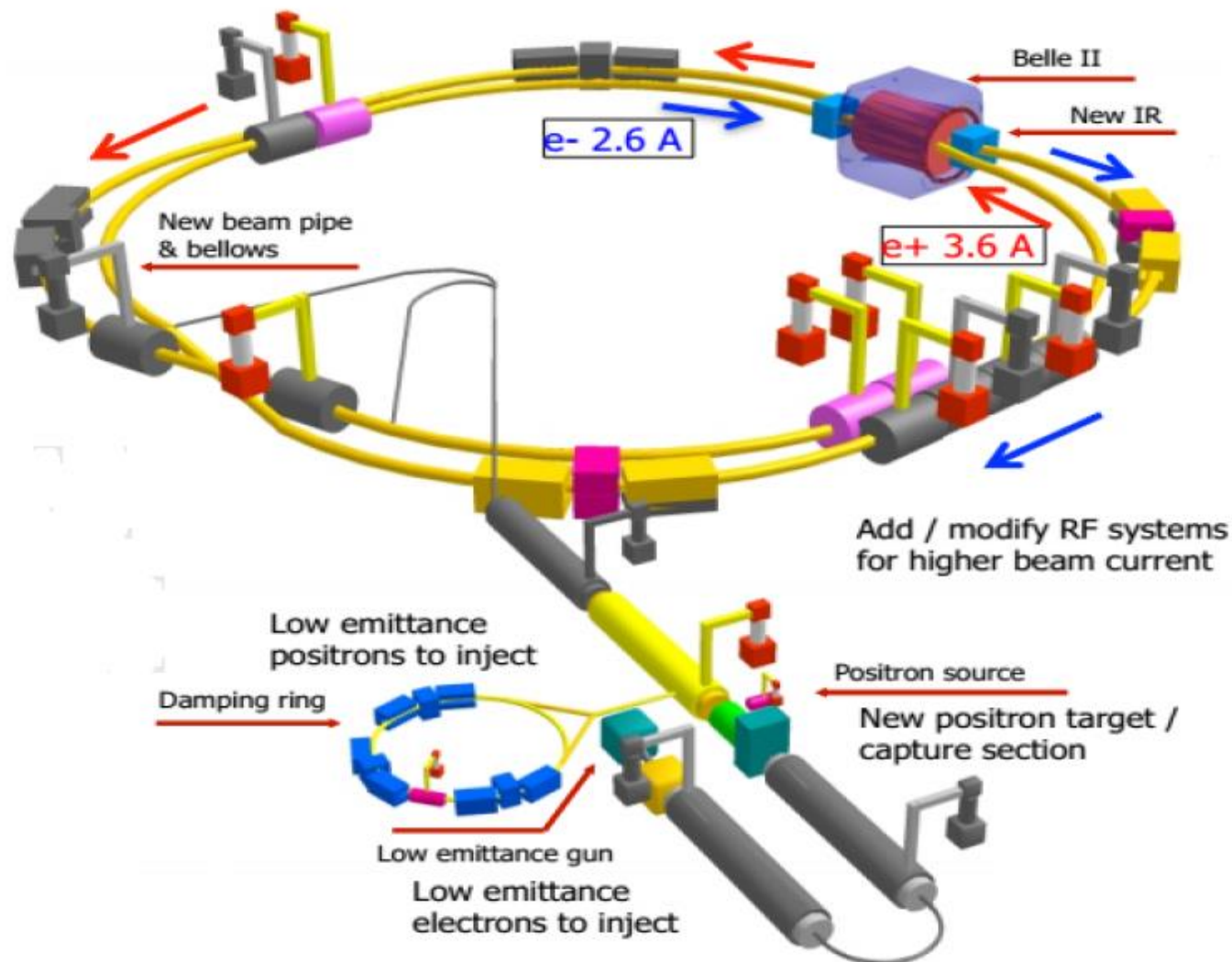


Figure: 10.28 日本KEK的Super-KEKB加速器示意图。

6. 未来重味物理研究

♣ 图-10.28是Super-KEKB的示意图。和原来的KEKB加速器和Belle探测器相比，Super-KEKB加速器和Belle-II探测器基本上是全新的机器。探测器的大部分部件已经更换，大部分电子设备已被升级、更新， e^- , e^+ 束流的能量也将调整：

$$8.0\text{GeV}(e^-) \oplus 3.5\text{GeV}(e^+) \longrightarrow 7\text{GeV}(e^-) \oplus 4\text{GeV}(e^+). \quad (10.164)$$

质心系有效能量 $\sqrt{S} = 10.583\text{GeV}$ ，保持不变。

♣ 采用了“Nano-beam”技术和其它一系列改进以后，计划把峰值亮度提高40倍，把积分亮度由Belle和BaBar运行10年得到的 $\sim 1.3\text{ab}^{-1}$ 提高到大约 50ab^{-1} (~ 2023 年)：

$$L_{peak} = 2.1 \times 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1} \longrightarrow L_{peak} = 8 \times 10^{35} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}, \quad (10.165)$$

$$L_{int} = 1\text{ab}^{-1} \longrightarrow L_{int} = 50\text{ab}^{-1}(\sim 2023). \quad (10.166)$$

所谓的“Nano-beam”技术就是把正负电子束团的体积由原来的 $100\mu\text{m}(H) \times 2\mu\text{m}(V)$ 压缩到 $10\mu\text{m}(H) \times 0.059\mu\text{m}(V)$ ，提高每次正负电子束团对撞时发生 $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(NS)$ 产生过程的几率，进而大幅度提高亮度。

♣ Belle-II实验的首要物理目标是通过通过对B介子各类衰变过程的高精度研究，发现新物理存在的信号或证据。这当然是非常困难的任务！首先要通过Belle-II实验，澄清目前存在的反常：例如： $B \rightarrow K\pi$ 衰变过程的 $\Delta\mathcal{A}_{CP} \neq 0$ 的反常， V_{ub} , V_{cb} 在“单举”和“遍举”过程测量值偏离的问题，以及B介子半轻子衰变过程的 $R(D)$ 和 $R(D^*)$ 反常问题等。

6. 未来重味物理研究

♣ 在LHC时代，为什么还要建造超级B介子工厂？有以下几点理由[4]：

1. 到目前为止，LHC实验和B介子工厂实验还没有看到任何新物理信号。这意味着只能通过量子圈图过程寻找新物理。但要发现新物理圈图过程引起的很小的偏离(1% ~ 0.1%)，必须把实验测量精度提高到一个新的水平，需要提供比目前已有数据高出2-3个量级的数据量。这就导致LHCb实验的升级，以及建造超高亮度的超级B工厂。
2. LHCb是质子-质子对撞机实验，虽然LHCb实验的主要研究对象也是包含(b, c)夸克的B介子、b重子、含粲介子、粲偶素等粒子的产生和衰变过程，但强子对撞机实验的强产生本底大。特别是对于有中微子、 π^0 参与的“Missing-E”过程，LHCb实验测量的难度太高。
3. e^+e^- 对撞机实验的主要优点还包括：低本底，很高的触发效率，非常漂亮的 γ 和 π^0 等中型粒子的重建，可靠的味道-标定效率，有很好的运动学分辨率，有很多控制道以降低系统误差。在正负电子对撞机实验中可以测量绝对分支比，可以对“Missing-E”和“Missing-mass”过程做可靠分析。

6. 未来重味物理研究

♣ 在Belle-II实验中发现新物理的可能的“黄金道过程”有：

- 1 树图过程和企鹅图过程导致的CP破坏:即由 $b \rightarrow c\bar{c}s$ 过程和 $b \rightarrow sq\bar{q}$ 过程测量得到的 $\sin 2\beta$ 数值的差别。
- 2 辐射衰变过程中的CP破坏。例如：由 $B \rightarrow K_S\pi^0\gamma$ 测得的 $\sin 2\beta$ 。
- 3 前面已经提到的“Missing-energy”过程：纯轻子衰变过程 $B \rightarrow l\nu(l = e, \mu, \tau)$ ，半轻子衰变过程 $B \rightarrow D^{(*)}l\nu_l$ 。
- 4 轻子味道改变(LFV)的 τ 轻子衰变过程： $\tau \rightarrow \mu\gamma, \mu\mu\mu, etc.$
- 5 $D^0 - \bar{D}^0$ 混合与D介子衰变过程中的CP破坏。
- 6 B介子多体衰变中的CP破坏问题等。

♣ 日本KEK的超级B介子工厂目前正在进行紧张的设备安装、调试工作，预计Super-KEKB加速器在2015年开始试运行，Belle-II探测器在2016年开始试运行，2017年开始物理取数。Belle-II预期每年采集的 B/B_s 介子对， $\tau^+\tau^-$ 轻子对和其它 $\Upsilon(NS)$ 共振态事例数如表-10.9所示。和Belle相比，将提高20倍左右。

♣ 在达到新的积分亮度以后，Belle合作组将能够把许多可观测量物理量的实验测量精度提高到新的水平。在表-10.10和表-10.11中，我们列出了对主要物理量目前的Belle实验测量结果，未来当Belle-II的积分亮度分别达到 $5ab^{-1}$ 和 $50ab^{-1}$ 时的预期实验测量精度。

6. 未来重味物理研究

Table: 10.10 在积分亮度分别达到 5ab^{-1} 和 50ab^{-1} 时, Belle-II实验组对部分物理量的预期实验测量精度[1,184]。

物理量		Belle (2014)	Belle-II	
			5ab^{-1}	50ab^{-1}
UT angles	$\sin 2\beta$	$0.667 \pm 0.023 \pm 0.012$	0.012	0.008
	$\alpha(^{\circ})$	$85 \pm 4(\text{Belle} + \text{BaBar})$	2	1
	$\gamma(^{\circ})$	68 ± 14	6	1.5
UT sides	$V_{cb} : \text{inclusive}(10^{-3})$	$41.6(1 \pm 1.8\%)$	1.2%	
	$V_{cb} : \text{exclusive}(10^{-3})$	$37.5(1 \pm 3.0\%(ex) \pm 2.7\%(th))$	1.8%	1.4%
	$V_{ub} : \text{inclusive}(10^{-3})$	$4.47(1 \pm 6\%(ex) \pm 2.5\%(th))$	3.4%	3.0%
	$V_{ub} : \text{exclusive}(10^{-3})$	$3.52(1 \pm 3.0\%(ex) \pm 2.7\%(th))$	1.8%	1.4%
QCD	$S_f : B \rightarrow \phi K^0$	$0.90^{+0.09}_{-0.19}$	0.053	0.018
企鹅图	$S_f : B \rightarrow K^0 \eta'$	$0.68 \pm 0.07 \pm 0.03$	0.028	0.011
	$S_f : B \rightarrow K_S^0 K_S^0 K_S^0$	$0.30 \pm 0.32 \pm 0.08$	0.100	0.033
	$A_f : B \rightarrow K^0 \pi^0$	$-0.05 \pm 0.14 \pm 0.05$	0.07	0.04
Missing E decays	$\mathcal{B}(B \rightarrow \tau \nu)(10^{-6})$	$96(1 \pm 27\%)$	10%	3%
	$\mathcal{B}(B \rightarrow \mu \nu)(10^{-6})$	< 1.7	20%	7%
	$R(B \rightarrow D \tau \nu_{\tau})$	$0.440(1 \pm 16.5\%)$	5.2%	2.5%
	$R(B \rightarrow D^* \tau \nu_{\tau})$	$0.332(1 \pm 9.0\%)$	2.9%	1.6%
	$\mathcal{B}(B \rightarrow K^{*+} \nu \bar{\nu})(10^{-6})$	< 40	< 15	30%
	$\mathcal{B}(B \rightarrow K^+ \nu \bar{\nu})(10^{-6})$	< 55	21%	7%
Rad.& EW. Decays	$\mathcal{B}(B \rightarrow X_S \gamma)(10^{-4})$	$3.45(1 \pm 4.3\% \pm 11.6\%)$	7%	6%
	$\mathcal{A}_{\text{CP}}(B \rightarrow X_{S,g} \gamma)(10^{-2})$	$2.2 \pm 4.0 \pm 0.8$	1	0.5
	$C_7/C_9 : (B \rightarrow X_S l^+ l^-)$	$\sim 20\%$	10%	5%
	$\mathcal{B}(B_s \rightarrow \gamma \gamma)(10^{-6})$	< 8.7	0.3	

6. 未来重味物理研究

Table: 10.11 在积分亮度分别达到 5ab^{-1} 和 50ab^{-1} 时, Belle-II实验组对部分与 D, τ 有关的物理量的预期实验测量精度[1,4,184]。

物理量		Belle (2014)	Belle-II	
			5ab^{-1}	50ab^{-1}
Charm rare	$\mathcal{B}(D_s \rightarrow \mu\nu\mu)(10^{-3})$	$5.31(1 \pm 5.3\% \pm 3.8\%)$	2.9%	0.9%
	$\mathcal{B}(D_s \rightarrow \tau\nu\tau)(10^{-3})$	$5.70(1 \pm 3.7\% \pm 5.4\%)$	3.5%	3.6%
	$\mathcal{B}(D^0 \rightarrow \gamma\gamma)(10^{-6})$	< 1.5	30%	25%
Charm CP	$\mathcal{A}_{\text{CP}}(D^0 \rightarrow K^+K^-)(10^{-2})$	$-0.32 \pm 0.21 \pm 0.09$	0.11	0.06
	$\mathcal{A}_{\text{CP}}(D^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)(10^{-2})$	$-0.03 \pm 0.64 \pm 0.10$	0.29	0.09
	$\mathcal{A}_{\text{CP}}(D^0 \rightarrow K_S^0\pi^0)(10^{-2})$	$-0.21 \pm 0.16 \pm 0.09$	0.08	0.03
Charm Mixing	$x: D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-)(10^{-2})$	$0.56 \pm 0.19^{+0.07}_{-0.13}$	0.14	0.11
	$y: D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-)(10^{-2})$	$0.30 \pm 0.15^{+0.05}_{-0.08}$	0.08	0.05
	$\left \frac{q}{p}\right : D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-)$	$0.90^{+0.16+0.08}_{-0.15-0.06}$	0.10	0.07
	$\phi: D^0 \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-)(^\circ)$	$-6 \pm 11^{+4}_{-6}$	6	4
τ -LFV rare decays	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma)(10^{-9})$	< 45	< 4.6	< 0.5
	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow e\gamma)(10^{-9})$	< 120	< 12	< 1.2
	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow 3\mu)(10^{-9})$	< 21	< 4.5	< 0.5